Problème 1

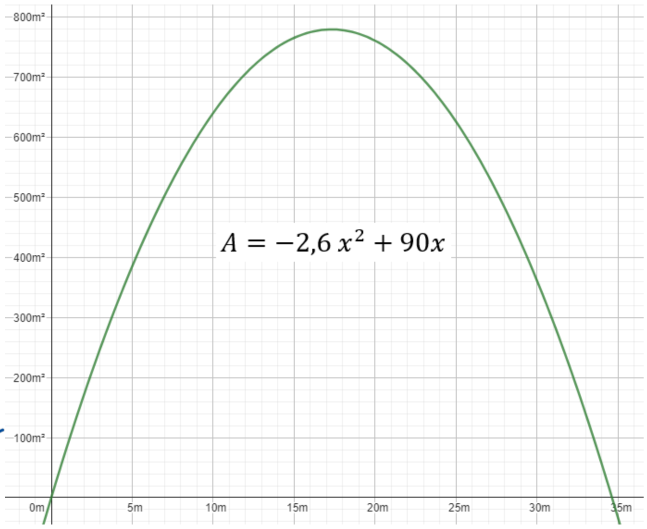
Afin d'obtenir une surface utile la plus grande possible, un architecte utilise la fonction ci-dessous qui donne l'aire $\mathbf{A}$ du hangar en fonction de sa largeur $\boldsymbol{x}$.

Nous allons rechercher **l'aire maximum** que pourra avoir le hangar.

Cette fonction a pour formule :

$$A = -2{,}6\,x^2 + 90x$$

x : Largeur du hangar
A : Aire du hangar



ANA/RAIS 1 2 3 4
REAL 1 2 3 4

1 - Utilisez la calculatrice ou le logiciel de votre choix pour déterminer le x donnant l'aire maximum et la valeur de cette aire maximum $\mathbf{A}$. Notez les résultats ci-contre

x = 17,31 m
A = 778,85 m²

Répondez aux questions ci-dessous pour trouver PRECISEMENT avec la dérivée les valeurs que vous venez d'estimer ci-dessus.

ANA/RAIS 1 2 3 4
REAL 1 2 3 4

2 – Expliquer ci-dessous en détail comment on obtient $A' = -5{,}2\,x + 90$ pour la dérivée de A.

$A = -2{,}6\,x^2 + 90x$

$A' = 2 \times (-2{,}6)x + 90 = -5{,}2x + 90$

ANA/RAIS 1 2 3 4
REAL 1 2 3 4

3 – Trouver la valeur de x pour laquelle la dérivée est nulle (arrondir à 0,01)

$-5{,}2x + 90 = 0$

$-5{,}2\,x = -90$

$x = \dfrac{-90}{-5{,}2} \simeq 17{,}3$

REAL 1 2 3 4
VAL 1 2 3 4

4 – Remplir le tableau de variations en justifiant correctement les signes de la dérivée :

x	17,3		
……	+	0	−
A	↗		↘

$A'(17) = -5{,}2 \times 17 + 90 = 1{,}6 > 0$

$A'(18) = -5{,}2 \times 18 + 90 = -2 < 0$

REAL 1 2 3 4

5 – Calcul du maximum atteint (arrondir à 0,01)

$A = -2{,}6 \times 17{,}3^2 + 90 \times 17{,}3 = 778{,}85$

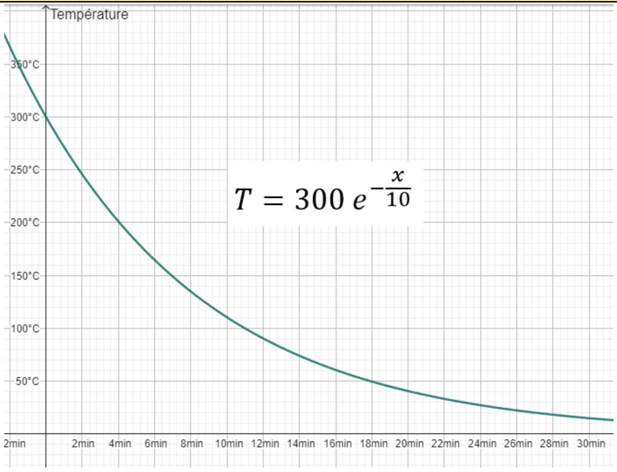
VAL 1 2 3 4
COMM 1 2 3 4

6 – Conclusion : présentation de vos résultats

Pour une largeur de 17,3 m le hangar aura une aire maximum de 778,85 m²

Problème 2 : refroidissement d'une pièce métallique

Une pièce mécanique en fonctionnement atteint 300 °C. Pour faire une intervention dessus on doit attendre qu'elle atteigne 30 °C. Un système permet son refrodissement selon la fonction ci-dessous



$$T = 300\, e^{-\frac{x}{10}}$$

T : Température en degrés celcius x : temps en minutes

1- Calculer T(0) :

REAL 1 2 3 4

$T(0) = 300\, e^{-\frac{0}{10}} = 300$

2- Expliquer pourquoi le résultat ci-dessus est normal :

S'APP 1 2 3 4

au démarrage (temps 0) la température est maximum soit 300 °C

3- Transformez $T = 300\, e^{-\frac{x}{10}}$ ***pour obtenir une écriture de la forme :*** $T = 300\, e^{-ax}$ ***:***

ANA/RAIS 1 2 3 4

$T = 300\, e^{-\frac{x}{10}} = 300\, e^{-\frac{1}{10}x} = 300\, e^{-0{,}1x}$

4- Utiliser geogebra pour trouver au bout de combien de temps on atteindra $T = 30°C$

REAL 1 2 3 4

Réponse : $x = 23{,}03$

5- Quelle équation doit-on résoudre pour retrouver ce résultat par le calcul ?

ANA/RAIS 1 2 3 4

$300\, e^{-0{,}1x} = 30$

6- Résoudre cette équation

REAL 1 2 3 4

$300\, e^{-0{,}1x} = 30$

$e^{-0{,}1x} = \frac{30}{300}$

$e^{-0{,}1x} = 0{,}1$

$\ln e^{-0{,}1x} = \ln 0{,}1$

$-0{,}1x = \ln 0{,}1$

$x = \frac{\ln 0{,}1}{-0{,}1} \simeq 23{,}03$

7- Le résultat de la question 6 confirme-t-il celui de la question 4 ?

VAL 1 2 3 4

COMM 1 2 3 4

Oui

Fonction f $f(x)$	Dérivée f' $f'(x)$
a	0
ax	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$

Problème 3 : polynôme de degré 3

Voici un polynôme :

$$y = 2x^3 - 20x^2 + 62x - 60$$

S'APP 1 2 3 4
REAL 1 2 3 4

1) Déterminer les racines de y = 0

$x = 2 \quad x = 3 \quad x = 5$

REAL 1 2 3 4

2) Calculer la fonction dérivée

$y' = 6x^2 - 40x + 62$

3) Utiliser le résultat précédent pour dresser un tableau de variation et indiquer s'il y a un ou plusieurs extremums, préciser alors pour quelle valeur de x et la valeur de chaque extremum.

a) Déterminer les racines de cette dérivée

ANA/RAIS 1 2 3 4
REAL 1 2 3 4

$x = 2,45$ et $x = 4,22$

b) Compléter et justifier les signes

VAL 1 2 3 4
REAL 1 2 3 4

x		2,45		4,22	
signe de ***V'***	+	0	−	0	+
V	↗		↘		↗

le polynôme est du signe de a à l'extérieur des racines donc du signe de 6

c) Calculer les minimum et maximum :

ANA/RAIS 1 2 3 4
REAL 1 2 3 4

$y(2,45) = 2 \times 2,45^3 - 20 \times 2,45^2 + 62 \times 2,45 - 60 \simeq 1,26$

$y(4,22) = 2 \times 4,22^3 - 20 \times 4,22^2 + 62 \times 4,22 - 60 \simeq -4,23$