

Problème 1

Il s'agit d'utiliser la trajectoire d'un boulet de canon pour déterminer la hauteur maximum atteinte par celui-ci.

Un logiciel a permis de modéliser la trajectoire :

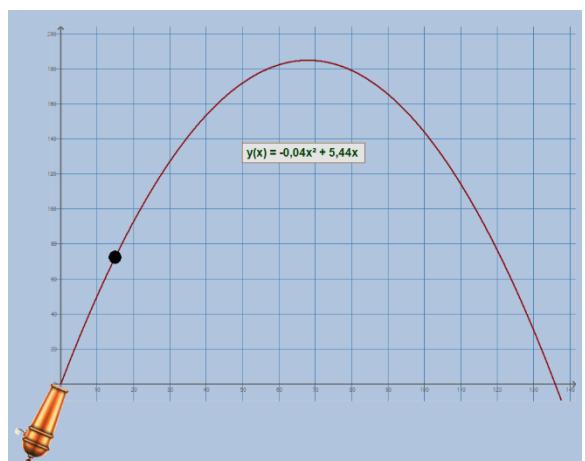
$$y = -0,04x^2 + 5,44x$$

x : Distance en mètres horizontalement depuis le tir
 y : Hauteur atteinte depuis le tir

ANA/RAIS
1 2 3 4
REAL
1 2 3 4

1 - Utilisez la calculatrice ou le logiciel de votre choix pour déterminer le x donnant la hauteur maximum et cette hauteur maximum y :

$x = \underline{68}$
 $y = \underline{186,96}$



Répondez aux questions ci-dessous pour trouver PRECISEMENT avec la dérivée les valeurs que vous venez d'estimer ci-dessus.

2 - Expliquer ci-dessous en détail comment on obtient $y' = -0,08x + 5,44$ pour la dérivée de y .

① $-0,04x \cdot 2 \rightarrow -0,04 \cdot 2x = -0,08x$ ①

ANA/RAIS
1 2 3 4
REAL
1 2 3 4

$\frac{d}{dx} a = 5,44$ ② $\frac{d}{dx} 5,44x = 5,44$ ② donc $y' = -0,08x + 5,44$

3 - Trouver la valeur de x pour laquelle la dérivée est nulle (arrondir à 0,01)

$$-0,08x + 5,44 = 0$$

$$-0,08x = -5,44$$

$$0,08x = 5,44$$

$$x = \frac{5,44}{0,08} = 68$$

ANA/RAIS
1 2 3 4
REAL
1 2 3 4

4 - Remplir le tableau de variations en justifiant correctement les signes de la dérivée :

REAL
1 2 3 4
VAL
1 2 3 4

x	68
y'	+ 0 -
y	 

$$y'(60) = -0,08 \cdot 60 + 5,44 = 0,64 > 0$$

$$y'(70) = -0,08 \cdot 70 + 5,44 = -0,16 < 0$$

5 - Calcul du maximum atteint (arrondir à 0,01)

REAL
1 2 3 4

$$y(68) = -0,04 \cdot 68^2 + 5,44 \cdot 68 = 186,96$$

6 - Conclusion : présentation de vos résultats

VAL
1 2 3 4
COMM
1 2 3 4

à 68 m à diste du canon, le boulet atteint la hauteur maximum de 186,96 m

Problème 2 : refroidissement d'une bassine d'eau chaude

Une bassine large mais peu profonde est remplie d'eau bouillante et laissée à l'air libre dehors à 0°C. Comment se déroule le refroidissement ?

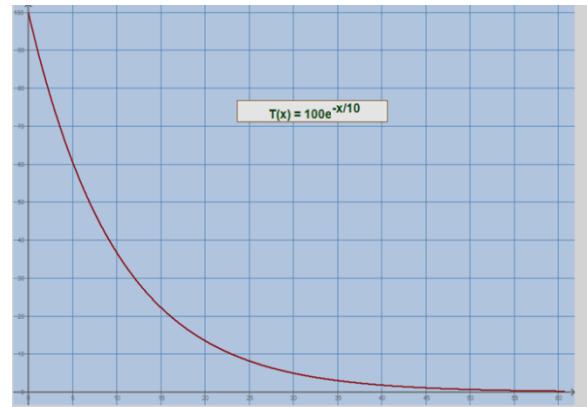
Voici la fonction donnant la température en degrés et minutes

$$T = 100 e^{-\frac{x}{10}}$$

1- Calculer $T(0)$:

REAL
1 2 3 4

$$T(0) = 100 e^{-\frac{0}{10}} = 100$$



2- Expliquer pourquoi le résultat ci-dessus est normal :

S'APP
1 2 3 4

Car à l'instant $x=0$, c'est au démarage, l'eau est à 100°C.

3- Transformez $T = 100 e^{-\frac{x}{10}}$ pour obtenir une écriture de la forme : $T = 100 e^{-ax}$:

ANA/RAIS
1 2 3 4

$$T = 100 e^{-\frac{x}{10}} = 100 e^{-\frac{1}{10}x} = 100 e^{-0,1x}$$

4- Utiliser geogebra pour trouver au bout de combien de temps on atteindra $T = 10^\circ C$

REAL
1 2 3 4

Réponse : $x = 23,03$

5- Quelle équation doit-on résoudre pour retrouver ce résultat par le calcul ?

ANA/RAIS
1 2 3 4

6- Résoudre cette équation

$$\frac{100 e^{-0,1x}}{100} = \frac{10}{100}$$

$$x = \frac{\ln 0,1}{-0,1}$$

$$e^{-0,1x} = 0,1$$

$$\ln e^{-0,1x} = \ln 0,1$$

$$-0,1x = \ln 0,1$$

$$x \approx 23,03$$

7- Le résultat de la question 6 confirme-t-il celui de la question 4 ?

VAL
1 2 3 4
COMM
1 2 3 4

Oui, il confirme.

FORMULAIRE :

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
a	0
ax	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$