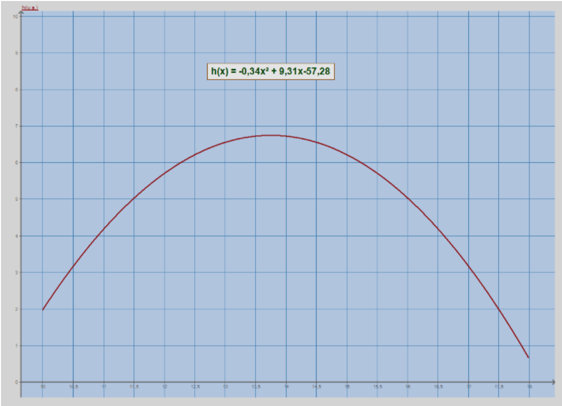
Problème 1

Des techniciens doivent intervenir sur un chantier en bord de mer susceptible d'être immergé entre 10h et 18h. Il s'agit d'utiliser la fonction suivante qui donne la hauteur de l'eau en fonction de l'heure de la journée.



Nous allons rechercher **la hauteur maximum atteinte par l'eau**.
Cette fonction a pour formule :

$$h = -0{,}34\,x^2 + 9{,}31x - 57{,}28$$

x : Heure de la journée
h : Hauteur atteinte par l'eau

ANA/RAIS 1 2 3 4
REAL 1 2 3 4

1 - Utilisez la calculatrice ou le logiciel de votre choix pour déterminer le x donnant la hauteur maximum et cette hauteur maximum h ci-contre

x = 13,69
h = 6,45

Répondez aux questions ci-dessous pour trouver PRECISEMENT avec la dérivée les valeurs que vous venez d'estimer ci-dessus.

ANA/RAIS 1 2 3 4
REAL 1 2 3 4

2 – Expliquer ci-dessous en détail comment on obtient $y' = -0{,}68\,x + 9{,}31$ pour la dérivée de y.

$-0{,}34\times x^2 \rightarrow -0{,}34\times 2x = -0{,}68x$

$ax \rightarrow a$ si $a = 9{,}31$ alors $9{,}31x \rightarrow 9{,}31$

$b \rightarrow 0$ si $b = -57{,}28 \Rightarrow 0$

ANA/RAIS 1 2 3 4
REAL 1 2 3 4

3 – Trouver la valeur de x pour laquelle la dérivée est nulle (arrondir à 0,01)

$-0{,}68x + 9{,}31 = 0$

$-0{,}68x = -9{,}31$

$x = \dfrac{-9{,}31}{-0{,}68} \simeq 13{,}69$

REAL 1 2 3 4
VAL 1 2 3 4

4 – Remplir le tableau de variations en justifiant correctement les signes de la dérivée :

x	13,69
……	+ 0 −
y	↗ ↘

$y'(13) = -0{,}68\times 13 + 9{,}31 = 0{,}47 > 0$

$y'(14) = -0{,}68\times 14 + 9{,}31 = -0{,}21 < 0$

REAL 1 2 3 4

5 – Calcul du maximum atteint (arrondir à 0,01)

$y(13{,}69) = -0{,}34\times 13{,}69^2 + 9{,}31\times 13{,}69 - 57{,}28 = 6{,}45$

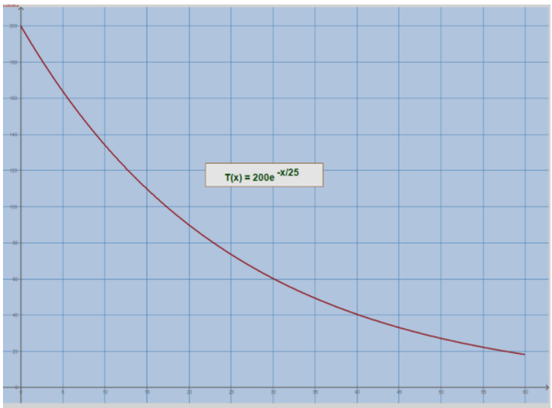
VAL 1 2 3 4
COMM 1 2 3 4

6 – Conclusion : présentation de vos résultats

à 13h41 l'eau atteint la hauteur maximum de 6,45 m

Problème 2 : refroidissement d'un plastique thermoformé

Une pièce plastique est moulée à 200°C mais ne peut être démoulée que lorsque sa température atteint 40°C. Un système permet le refrodissement selon la fonction ci-dessous



$$T = 200\, e^{-\frac{x}{25}}$$

T : Température en degrés celcius
x : temps en secondes

1- ***Calculer T(0) :***

REAL 1 2 3 4

$T(0) = 200e^0 = 200$

2- ***Expliquer pourquoi le résultat ci-dessus est normal :***

S'APP 1 2 3 4

Car au début $(x=0)$ la température est de 200°C.

3- ***Transformez*** $T = 200\, e^{-\frac{x}{25}}$ ***pour obtenir une écriture de la forme :*** $T = 200\, e^{-ax}$ ***:***

ANA/RAIS 1 2 3 4

$T = 200e^{-\frac{1}{25}x} = 200e^{-0{,}04x}$

4- ***Utiliser geogebra pour trouver au bout de combien de temps on atteindra*** $T = 40°C$

REAL 1 2 3 4

Réponse : $x = 40{,}24$

5- ***Quelle équation doit-on résoudre pour retrouver ce résultat par le calcul ?***

ANA/RAIS 1 2 3 4

$200\, e^{-0{,}04x} = 40$

6- ***Résoudre cette équation***

REAL 1 2 3 4

$\frac{\cancel{200}e^{-0{,}04x}}{\cancel{200}} = \frac{40}{200}$

$e^{-0{,}04x} = 0{,}2$

$\ln e^{-0{,}04x} = \ln(0{,}2)$

$-0{,}04x = \ln 0{,}2$

$x = \frac{\ln 0{,}2}{-0{,}04} \simeq 40{,}24$

7- ***Le résultat de la question 6 confirme-t-il celui de la question 4 ?***

VAL 1 2 3 4
COMM 1 2 3 4

Oui

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
a	0
ax	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$

Problème 3 : polynôme de degré 3

Voici un polynôme :

$x \in [-2 ; 4]$

$$y = 2x^3 - 6x^2 - 2x + 6$$

S'APP 1 2 3 4 — REAL 1 2 3 4

1) Déterminer les racines de y = 0

$x = -1$; $x = 1$; $x = 3$ (geogebra : points spéciaux)

2) Résoudre y = 4

ANA/RAIS 1 2 3 4 — REAL 1 2 3 4

Réponse geogebra : $x = -0,67$; $x = 0,46$; $x = 3,21$

On demande à geogebra de résoudre $2x^3 - 6x^2 - 2x + 6 = 4$ et on place les points.

3) Calculer la fonction dérivée

REAL 1 2 3 4

$y' = 6x^2 - 12x - 2$

4) Utiliser le résultat précédent pour dresser un tableau de variation et indiquer s'il y a un ou plusieurs extremums, préciser alors pour quelle valeur de x et la valeur de chaque extremum.

ANA/RAIS 1 2 3 4 — REAL 1 2 3 4

les racines de y' sont $x = -0,15$ et $x = 2,15$ (geogebra : points spéciaux)

VAL 1 2 3 4 — REAL 1 2 3 4

x		$-0,15$		$2,15$	
signe de V'	+	0	−	0	+
V	↗	6,16	↘	−6,16	↗

La dérivée est du signe de a à l'extérieur des racines (donc du signe de 6)

ANA/RAIS 1 2 3 4 — REAL 1 2 3 4 — VAL 1 2 3 4 — COMM 1 2 3 4

$y(-0,15) = 6,16$

$y(2,15) = -6,16$

Il y a donc un maximum en $x = -0,15$ $y = 6,16$

un minimum en $x = 2,15$ $y = -6,16$