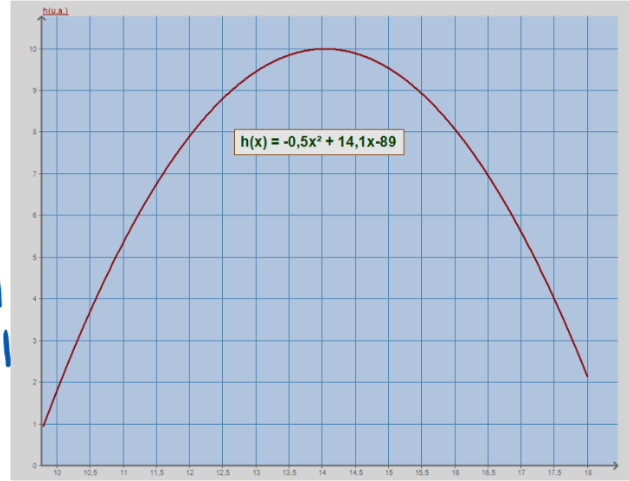
Problème 1

Des techniciens doivent intervenir sur un chantier en bord de mer susceptible d'être immergé entre 10h et 18h. Il s'agit d'utiliser la fonction suivante qui donne la hauteur de l'eau en fonction de l'heure de la journée.

Nous allons rechercher **la hauteur maximum atteinte par l'eau**.
Cette fonction a pour formule :

$$h = -0{,}5\,x^2 + 14{,}1x - 89$$

x : Heure de la journée
h : Hauteur atteinte par l'eau



ANA/RAIS 1 2 3 4
REAL 1 2 3 4

1 - Utilisez la calculatrice ou le logiciel de votre choix pour déterminer le x donnant la hauteur maximum et cette hauteur maximum h ci-contre

x = 14,1
h = 10,41

Répondez aux questions ci-dessous pour trouver PRECISEMENT avec la dérivée les valeurs que vous venez d'estimer ci-dessus.

ANA/RAIS 1 2 3 4
REAL 1 2 3 4

2 – Expliquer ci-dessous en détail comment on obtient $y' = -1\,x + 14{,}1$ pour la dérivée de y.

(On écrira plutôt : $y' = -x + 14{,}1$)

$-0{,}5 \times x^2 \rightarrow -0{,}5 \times 2x = -1x$
$ax+b \rightarrow a$
$14{,}1x - 89 \rightarrow 14{,}1$
$-1x + 14{,}1$

ANA/RAIS 1 2 3 4
REAL 1 2 3 4

3 – Trouver la valeur de x pour laquelle la dérivée est nulle (arrondir à 0,01)

$-x + 14{,}1 = 0$
$-x = -14{,}1$
$x = 14{,}1$

REAL 1 2 3 4
VAL 1 2 3 4

4 – Remplir le tableau de variations en justifiant correctement les signes de la dérivée :

x		14,1	
......	+	0	−
y	↗		↘

$y'(14) = -14 + 14{,}1 = 0{,}1 > 0$
$y'(15) = -15 + 14{,}1 = -0{,}9 < 0$

REAL 1 2 3 4

5 – Calcul du maximum atteint (arrondir à 0,01)

$h(14{,}1) = -0{,}5 \times 14{,}1^2 + 14{,}1 \times 14{,}1 - 89 = 10{,}41$

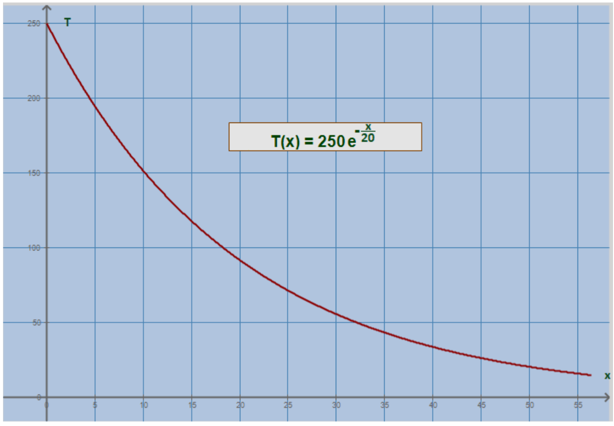
VAL 1 2 3 4
COMM 1 2 3 4

6 – Conclusion : présentation de vos résultats

À 14h06 l'eau atteint sa hauteur maximum à 10,41 m

Problème 2 : refroidissement d'un plastique thermoformé

Une pièce plastique est moulée à 250°C mais ne peut être démoulée que lorsque sa température atteint 40°C. Un système permet le refrodissement selon la fonction ci-dessous



$$T = 250\ e^{-\frac{x}{20}}$$

T : Température en degrés celcius
x : temps en secondes

1- ***Calculer T(0) :***

REAL 1 2 3 4

$T(0) = 250 e^{0} = 250$

2- ***Expliquer pourquoi le résultat ci-dessus est normal :***

S'APP 1 2 3 4

Car au démarrage $(x=0)$, T est maximum à 250°C

3- ***Transformez*** $T = 250\ e^{-\frac{x}{20}}$ ***pour obtenir une écriture de la forme :*** $T = 250\ e^{-ax}$ ***:***

ANA/RAIS 1 2 3 4

$T = 250 \times e^{-\frac{1}{20}x} = 250\, e^{-0,05x}$

4- ***Utiliser geogebra pour trouver au bout de combien de temps on atteindra*** $T = 40°C$

REAL 1 2 3 4

Réponse : $x = 36,65$

5- ***Quelle équation doit-on résoudre pour retrouver ce résultat par le calcul ?***

ANA/RAIS 1 2 3 4

$250\, e^{-0,05x} = 40$

6- ***Résoudre cette équation***

REAL 1 2 3 4

$\frac{250\, e^{-0,05x}}{250} = \frac{40}{250}$

$e^{-0,05x} = 0,16$

$\ln e^{-0,05x} = \ln 0,16$

$-0,05x = \ln 0,16$

$x = \frac{\ln 0,16}{-0,05} = 36,65$

7- ***Le résultat de la question 6 confirme-t-il celui de la question 4 ?***

VAL 1 2 3 4

COMM 1 2 3 4

Oui

Fonction f $f(x)$	Dérivée f' $f'(x)$
a	0
ax	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$

Problème 3 : polynôme de degré 3

Voici un polynôme :

$x \in [-3 ; 5]$

$$y = 2x^3 - 8x^2 - 8x + 32$$

S'APP 1 2 3 4 REAL 1 2 3 4

1) Déterminer les racines de y = 0

$x = -2$ $x = 2$ $x = 4$

ANA/RAIS 1 2 3 4 REAL 1 2 3 4

2) Résoudre y = 10

$x = -1,77$

$x = 1,43$

$x = 4,34$

REAL 1 2 3 4

3) Calculer la fonction dérivée

$y' = 6x^2 - 16x - 8$

ANA/RAIS 1 2 3 4 REAL 1 2 3 4

4) Utiliser le résultat précédent pour dresser un tableau de variation et indiquer s'il y a un ou plusieurs extremums, préciser alors pour quelle valeur de x et la valeur de chaque extremum.

racine de y' : $x = -0,43$ et $x = 3,1$

VAL 1 2 3 4 REAL 1 2 3 4

x		-0,43		3,1	
signe de V'	+	0	−	0	+
V	↗		↘		↗

y' est du signe de a à l'extérieur des racines donc positif

ANA/RAIS 1 2 3 4 REAL 1 2 3 4 VAL 1 2 3 4 COMM 1 2 3 4

$y(-0,43) = 33,8$ et $y(3,1) = -10,1$

Il y a un maximum en $x = -0,43$ qui vaut $33,8$
et un minimum en $x = 3,1$ qui vaut $-10,1$