



Nom Correction Prénom

Durée 45 minutes.

L'usage de la calculatrice est autorisé et nécessaire.

Pour chaque question, faites une courte phrase pour présenter le résultat.

Justifiez suffisamment les calculs.



Dans la suite du document, ce symbole signifie « appel obligatoire du professeur ».

Problème 1

Présentation de la problématique (les questions sont page suivante)

Il s'agit d'utiliser la chronophotographie du saut d'un skieur pour déterminer la hauteur exacte du saut.

Un logiciel a permis de modéliser la trajectoire du saut :

$$y = -6,5 x^2 + 15x$$

x : Distance en mètres horizontalement depuis le décollage
y : Hauteur atteinte depuis le décollage



S'APP
1 2 3 4
ANA/RAIS
1 2 3 4
REAL
1 2 3 4
VAL
1 2 3 4
COMM
1 2 3 4

1 – Utilisez les fonctionnalités de geogebra pour déterminer le x donnant la hauteur maximum et cette hauteur maximum y :



APPELEZ LE PROFESSEUR POUR LUI MONTRER
VOTRE VÉRIFICATION SUR GEOGEBRA.

$$x = \dots 1,15 \dots$$

$$y = \dots 8,65 \dots$$

Répondez aux questions ci-dessous pour trouver PRECISEMENT avec la dérivée les valeurs que vous venez d'estimer ci-dessus.

2 – Expliquer ci-dessous en détail comment on obtient $y' = -13x + 15$ pour la dérivée de y .

$$y = -6,5x^2 + 15x$$

$$\downarrow$$

$$-6,5x^2 \rightarrow -6,5x^2x = -13x$$

$$15x + b \rightarrow b$$

$$15x + 0 \rightarrow 15$$

$$y' = -13x + 15$$

3 – Trouver la valeur de x pour laquelle la dérivée est nulle (arrondir à 0,01)

ANA/RAIS
1 2 3 4
REAL
1 2 3 4

$$-13x + 15 = 0$$

$$-13x = -15$$

$$x = \frac{-15}{-13}$$

$$x \approx 1,15$$

4 – Remplir le tableau de variations en justifiant correctement les signes de la dérivée :

ANA/RAIS
1 2 3 4
REAL
1 2 3 4

x	1,15
y'	0
y	

$$y'(1) = -13 \times 1 + 15 = 2 \quad > 0$$

$$y'(2) = -13 \times 2 + 15 = -11 \quad < 0$$

5 – Calcul du maximum atteint (arrondir à 0,01)

ANA/RAIS
1 2 3 4
REAL
1 2 3 4

$$y(1,15) = -6,5 \times 1,15^2 + 15 \times 1,15 \approx 8,65$$

6 – Conclusion : présentation de vos résultats

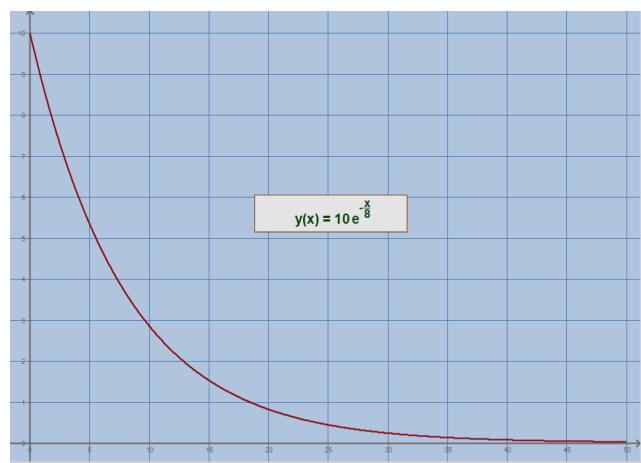
VAL
1 2 3 4
COMM
1 2 3 4

À 1,15m à droite du décollage, le skieur atteint la hauteur maximum de 8,65m.

Problème 2 : La mare et les poissons



Mr Lenôtre est soucieux. La température vient de chuter brusquement de 10°C à 0°C. Il a peur que ses poissons rouges gèlent.



Un logiciel a permis de modéliser la température en fonction du temps :

$$y(x) = 10e^{-\frac{x}{8}}$$

x : temps en heures
 y : Température de la mare

1 – Réécrire $y(x) = 10e^{-\frac{x}{8}}$ sous la forme $y(x) = 10e^{-ax}$ où a est un nombre que vous devez déterminer

ANA/RAIS
 1 2 3 4
 REAL
 1 2 3 4

$$y(x) = 10e^{-\frac{x}{8}} = 10e^{-\frac{1}{8}x} = 10e^{-0,125x}$$

2 – Calculer $y(0)$. Pourquoi obtient-on ce résultat ?

REAL
 1 2 3 4
 VAL
 1 2 3 4
 COMM
 1 2 3 4

$$y(0) = 10e^{-0,125 \times 0} = 10$$

C'est normal, au début ($x=0$) la température est encore 10°C.

3 – Quelle équation faut-il résoudre pour calculer en combien de temps la température de l'eau atteindra 1°C ?

ANA/RAIS
 1 2 3 4

$$10e^{-0,125x} = 1$$

4 – Résoudre cette équation pour trouver cette durée

$$e^{-0,125x} = \frac{1}{10}$$

$$e^{-0,125x} = 0,1$$

$$\ln e^{-0,125x} = \ln 0,1$$

$$-0,125x = \ln 0,1$$

$$x = \frac{\ln 0,1}{-0,125}$$

$$x \approx 18,62$$

5 – Rédiger une conclusion pour présenter ce résultat

VAL
 1 2 3 4
 COMM
 1 2 3 4

À bout de 18,62 h soit 18h25, le bassin atteint 1°C.

Remarque : vous pouvez utiliser geogebra pour contrôler votre résultat.

FORMULAIRE :

<u>Fonction f</u> $f(x)$	<u>Dérivée f'</u> $f'(x)$
a	0
$ax + b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
e^x	e^x
e^{ax+b}	ae^{ax+b}
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$