

ATTENTION : La justification de tous vos calculs doit figurer sur la copie

Exercices :

Exercice 1

Compléter : (arrondir à 0,01)

S'APP			
1	2	3	4
REAL			
1	2	3	4

$$e^{\ln 14} = \dots 14 \dots \quad \ln(-9) = \dots \text{impossible} \dots \quad \log(1000) = \dots 3 \dots$$

$$\log(10^5) = \dots 5 \dots \quad \log(9) = \dots 0,95 \dots \quad \ln(10) = \dots 2,3 \dots$$

Exercice 2 :

Résoudre les équations suivantes : (arrondir à 0,01)

$$e^x = 8$$

$$\ln e^x = \ln 8$$

$$x = \ln 8$$

$$x \approx 2,08$$

ANA/RAIS			
1	2	3	4
REAL			
1	2	3	4

$$5^x = 8$$

$$\ln 5^x = \ln 8$$

$$x \ln 5 = \ln 8$$

$$x = \frac{\ln 8}{\ln 5}$$

$$x \approx 1,29$$

ANA/RAIS			
1	2	3	4
REAL			
1	2	3	4

Problème : Elimination d'un médicament

On injecte 80 mg de médicament à un patient. L'élimination se fait naturellement au cours du temps.

On admet que la formule qui donne la dose restante dans le sang en fonction du temps est

$$D(t) = 80 e^{-\frac{t}{2}} \quad t \in [0, 24], D \text{ en mg et } t \text{ en h}$$

1) Calculer $D(0)$ le résultat vous semble-t-il normal ? Expliquez.

REAL
1 2 3 4
VAL
1 2 3 4
COMM
1 2 3 4

$$D(0) = 80 e^{-\frac{0}{2}} = 80 e^0 = 80$$

C'est normal, en $t=0$ la dose présente dans le sang est la dose totale.

1) Transformer cette fonction afin qu'elle soit de la forme : $D(t) = 80e^{-at}$ où a est une valeur à trouver.

ANA/RAIS
1 2 3 4
REAL
1 2 3 4

$$D(t) = 80 e^{-\frac{1}{2}t} = 80 e^{-0,5t}$$

2) Utilisez geogebra pour représenter graphiquement cette fonction pour $t \in [0, 24]$

3) Déterminer la dose restante au bout de 4 heures.

ANA/RAIS
1 2 3 4
REAL
1 2 3 4
VAL
1 2 3 4

$$\text{On trouve } D(4) = 10,83 \text{ mg}$$

On cherche maintenant au bout de quel temps t la dose atteindra 5 mg dans le sang (il faudra alors réinjecter une nouvelle dose)

4) Tracer sur geogebra la fonction $y = 5$

5) Utiliser les fonctions de géogebra pour déterminer au bout de combien de temps la dose restante sera de 5 mg.

ANA/RAIS
1 2 3 4
REAL
1 2 3 4

Réponse : $x = 5,55$ soit 5h 33

6) Retrouver le résultat de la question 5 par le calcul.

S'APP
1 2 3 4
ANA/RAIS
1 2 3 4
REAL
1 2 3 4
VAL
1 2 3 4

Il faut résoudre :

$$80 e^{-0,5t} = 5$$

$$e^{-0,5t} = \frac{5}{80}$$

$$\ln e^{-0,5t} = \ln\left(\frac{5}{80}\right)$$

$$-0,5t = \ln\left(\frac{5}{80}\right)$$

$$-0,5t = -\ln\left(\frac{5}{80}\right)$$

$$t = \frac{-\ln\left(\frac{5}{80}\right)}{-0,5}$$

$$t \approx 5,55 \text{ h}$$