

Les suites (term)

IV – Les suites géométriques

1 - Terme général

On peut très facilement calculer un terme « très loin » dans la suite à l'aide d'une formule sans avoir à ajouter la raison beaucoup de fois :

On utilise : $U_m = U_1 \times q^{m-1}$

Exemple 1: (U_n) est la suite géométrique de premier terme 12 et de raison 1,05.

- 1) Donner U_2, U_3, U_4 .
- 2) Calculer U_{256}

Correction :

$$\begin{aligned} 1) \quad U_2 &= 12 \times 1,05 = 12,6 \\ U_3 &= 12,6 \times 1,05 = 13,23 \\ U_4 &= 13,23 \times 1,05 \approx 13,89 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad U_{256} &= 12 \times 1,05^{255} \\ U_{256} &\approx 3\,037\,053,97 \end{aligned}$$

Principe:

$$U_1 = 12$$

$$U_2 = 12 \times 1,05$$

$$U_3 = 12 \times 1,05 \times 1,05 = 12 \times 1,05^2$$

$$U_4 = 12 \times 1,05 \times 1,05 \times 1,05 = 12 \times 1,05^3$$

\vdots

$$U_{256} = \dots\dots\dots = 12 \times 1,05^{255}$$

Autres exemples

Exemple 2 : Une société dépense chaque mois 1% de plus que le mois précédent pour ses frais de fonctionnement. En janvier 2005 elle a dépensé 21000 €

- 1) Calculer les dépenses en février 2005
- 2) Calculer les dépenses en mars 2005
- 3) Calculer les dépenses en mars 2007

Correction :

ATTENTION ! Ajouter 1% c'est multiplier par 1,01
c'est donc une suite GÉOMÉTRIQUE.

2005	2006	2007
J → U ₁	J → U ₁₃	J → U ₂₅
F → U ₂	F	F
M → U ₃	M	M → U ₂₇
A	A	A
...
J	J	J
J	J	J
A	A	A
S	S	S
O	O	O
N	N	N
D → U ₁₂	D	D

$$1) 21000 \times 1,01 = 21210 \text{ €}$$

$$2) 21210 \times 1,01 = 21422,10 \text{ €}$$

$$3) U_{27} = 21000 \times 1,01^{26}$$

$$U_{27} \approx 27200,38 \text{ €}$$

2 – Somme des n premiers termes

On peut très facilement calculer la somme des termes d'une suite à l'aide d'une formule sans avoir à la calculer "à la main"

On utilise : $S_n = U_1 \frac{1 - q^n}{1 - q}$

Exemple 1: (U_n) est la suite géométrique de premier terme 12 et de raison 1,05.

Calculer S_{256} , la somme des 256 premiers termes

Correction :

$$S_{256} = 12 \times \frac{(1 - 1,05^{256})}{(1 - 1,05)}$$

Attention ! avec la calculatrice mettre des parenthèses

$$S_{256} \approx 63\,777\,893,26$$