Les suites (terminales)

I – Les types de suites

Nom	***Suite***								***Logique entre les valeurs***
U	1	3	5	7	9	11	13	15	+2 arithmétique
V	2	5	8	11	14	17	20	23	+3 arithmétique
W	2	4	8	16	32	64	128	256	×2 géométrique
X	5	8	14	-2	5	44	12	?	? ?
Y	18	14	10	6	2	-2	-6	−10	+(−4) arithmétique
Z	64	32	16	8	4	2	1	0,5	×0,5 géométrique

II – Le vocabulaire

Le **3**e terme de la suite **Y** vaut **10**. On note ....$Y_3 = 10$..... En fait, quand on parle de la suite Y on l'appelle ....(Y_n).......

Pour (U_n) et (V_n) on passe d'un terme au suivant en ajoutant toujours une même valeur : la raison. C'est une suite ARITHMETIQUE.

- Pour (U_n) la raison est ....2......... On note ....$r = 2$.... .
- Pour (V_n) la raison est ....3........ . On note ....$r = 3$..... .

Pour (W_n) et (Z_n) on passe d'un terme au suivant en multipliant toujours par une même valeur : la raison. C'est une suite GEOMETRIQUE.

- Pour (W_n) la raison est ....2......... . On note ....$q = 2$...... .
- Pour (Z_n) la raison est ....0,5...... . On note ....$q = 0{,}5$....

La suite (Y_n) est aussi une suite arithmétique : on ajoute toujours le même nombre : ....−4......... . La raison est donc : ....$r = -4$... .

La raison est souvent notée ....r......... pour une suite arithmétique et ......q......... pour une suite géométrique.

III – Les suites arithmétiques

1 – Terme général

On peut très facilement calculer un terme « très loin » dans la suite à l'aide d'une formule sans avoir à ajouter la raison beaucoup de fois :

On utilise :

$\boldsymbol{U_n = U_1}$ ***+(n-1)r***

2 – Somme des n premiers termes

On peut très facilement calculer la somme des n premiers termes de la suite à l'aide d'une formule sans avoir à ajouter chaque terme « à la main » :

On utilise :

$$\boldsymbol{S_n = n\frac{(U_1 + U_n)}{2}}$$

3 – Exemple

(U_n) est la suite arithmétique de premier terme 12 et de raison 4.

1) *Donner U_2, U_3, U_4.*
2) *Calculer U_{256}*
3) *Calculer S_{256}*

Correction :

1) *Donner U_2, U_3, U_4.*
U_2=12+4 = 16. U_3=16+4 = 20. U_4=20+4 = 24.

2) *Calculer U_{256}*
On utilise la formule :
$U_n = U_1 + (n-1)r$
$U_{256} = U_1 + (256-1)\times r$
$U_{256} = 12 + 255\times 4$
$U_{256} = 1032$

3) *Calculer S_{256}*
On utilise la formule :

$$\boldsymbol{S_n = n\frac{(U_1 + U_n)}{2}} = n\frac{(U_1 + U_{256})}{2}$$

$$S_{256} = 256\frac{(12 + 1032)}{2}$$

$$S_{256} = 133\ 632$$

IV – Les suites géométriques

1 - Terme général

On peut très facilement calculer un terme « très loin » dans la suite à l'aide d'une formule sans avoir à ajouter la raison beaucoup de fois :

On utilise : $U_n = U_1 \times q^{n-1}$

Exemple 1: (U_n) est la suite géométrique de premier terme 12 et de raison 1,05.

4) *Donner U_2, U_3, U_4.*
5) *Calculer U_{256}*

Correction :

$U_2 = 12 \times 1{,}05 = 12{,}6$

$U_3 = 12{,}6 \times 1{,}05 = 13{,}23$

$U_4 = 13{,}23 \times 1{,}05 = 13{,}8915 \simeq 13{,}89$

$U_{256} = U_1 \times q^{n-1} = 12 \times 1{,}05^{255} \simeq 3\,037\,053{,}97$

Autres exemples

Exemple 2 : Une société dépense chaque mois 1% de plus que le mois précédent pour ses frais de fonctionnement. En janvier 2005 elle a dépensé 21000 €

1) Calculer les dépenses en février 2005
2) Calculer les dépenses en mars 2005
3) Calculer les dépenses en mars 2007

Correction :

	jan	fev	mar	avr	mai	juin	juil	aout	sept	oct	nov	dec
2005	U_1	U_2										U_{12}
2006	U_{13}	U_{14}										
2007	U_{25}	U_2	U_{27}									

février 2005 : $U_2 = 21\,000 \times 1{,}01 = 21\,210$ €

mars 2005 : $U_3 = 21\,210 \times 1{,}01 = 21\,422{,}10$ €

mars 2007 : $U_{27} = U_1 \times q^{n-1} = 21\,000 \times 1{,}01^{26} \simeq 27\,200{,}38$ €

2 – Somme des n premiers termes

On peut très facilement calculer la somme des termes d'une suite à l'aide d'une formule sans avoir à la calculer "à la main"

<u>On utilise</u> : $S_n = U_1 \times \dfrac{1-q^n}{1-q}$

<u>Exemple</u> 1: (U_n) est la suite géométrique de premier terme 12 et de raison 1,05.

Calculer S_{256} , la somme des 256 premiers termes

<u>Correction</u> :

$$S_{256} = 12 \times \frac{(1-1{,}05^{256})}{(1-1{,}05)}$$

Attention ! Avec la calculatrice, ajouter des parenthèses !

$S_{256} \simeq 63\,777\,893{,}26$