

# Probabilités

## I – Les arbres pondérés

### EXEMPLE 1 :

A proximité d'un lac, une société propose la location de barques, de canoës et de paddles. Lors du retour du matériel loué, une maintenance peut être nécessaire ou non.

On notera comme suit les événements :

B : « location d'une barque »

C : « location d'un canoë »

P : « location d'un paddle »

M : « une maintenance est nécessaire »

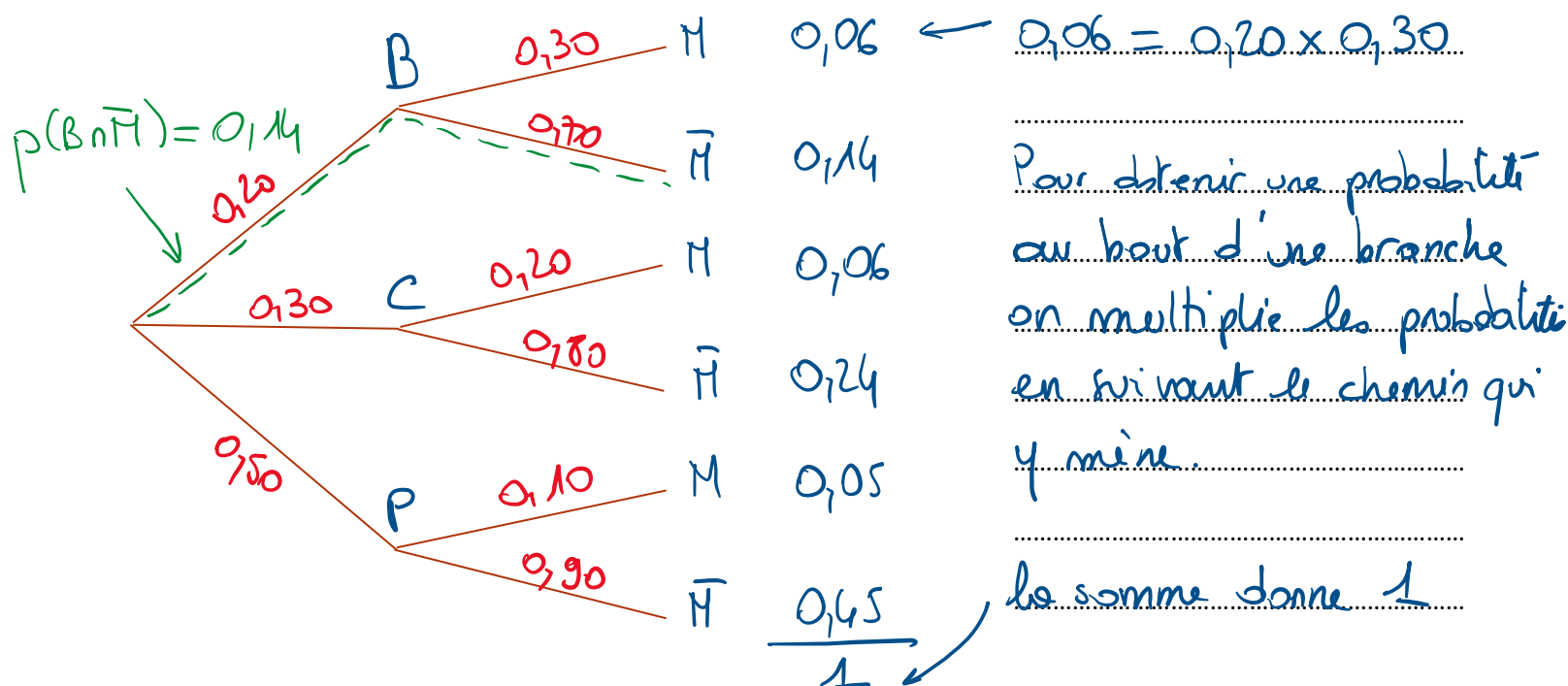


20% des locations sont des barques et 50% des paddles. 30% des barques nécessitent une maintenance alors que c'est le cas pour 20% des canoës et 10% seulement des paddles.

### Arbre pondéré

Plutôt qu'utiliser un tableau, il peut être avantageux d'utiliser un arbre pour calculer des probabilités, ce choix présente plusieurs avantages :

- Il est plus facile d'y faire figurer les probabilités
- On peut traiter une 3<sup>e</sup>, 4<sup>e</sup> ... série d'événements





## II – Vocabulaire des probabilités

$B$  est l'événement « location d'une barque »

$M$  est l'événement « Une maintenance est nécessaire »

|               |                                                                                                |
|---------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\bar{M}$     | c'est ... Une maintenance n'est pas nécessaire                                                 |
| $B \cap M$    | c'est ... "Retour d'une barque ayant besoin de maintenance"                                    |
| $P(B \cap M)$ | c'est ... 0,06 donc 6%                                                                         |
| $P_B(M)$      | c'est ... la probabilité de $M$ sachant $B$<br>je sais qu'une barque revient : $P_B(M) = 0,30$ |
| $P_M(B)$      | c'est ... $P_M(B) = \frac{0,06}{0,17} = 0,35$                                                  |
| $B \cup C$    | c'est ... le retour d'une barque ou d'un canoë.                                                |

## III – Exemples de problématiques

### 1) Maintenance nécessaire ?

Pour l'exemple de la 1<sup>e</sup> page, quelle est la probabilité qu'une maintenance soit nécessaire lors d'un retour ?

$$0,06 + 0,06 + 0,05 = 0,17 \text{ donc } 17\% \text{ de chances.}$$

### 2) Maintenance et paddle ?

Sachant qu'une maintenance est nécessaire, quelle est la probabilité que le produit retourné soit un paddle ?

$$P_M(P) = \frac{0,05}{0,17} \approx 0,29$$

## IV – Formule des probabilités totales

### Maintenance et paddle ?

Sachant qu'une maintenance est nécessaire, quelle est la probabilité que le produit retourné soit un paddle ?

$$P_M(P) = \frac{0,05}{0,17}$$

$$0,17 \leftarrow 0,17 = 0,06 + 0,06 + 0,05 \rightarrow$$

Pour répondre à cette question, on a en fait utilisé la formule des probabilités totales :

### Probabilités totales

Dans un arbre de probabilités, plusieurs chemins peuvent conduire à un même événement. D'après la formule des probabilités totale,

la probabilité d'un événement est la somme des probabilités des chemins qui conduisent à cet événement.

Ici: l'événement était M (besoin d'une maintenance)  
il se produit par 3 chemins :  $0,06 + 0,06 + 0,05 = 0,17$

## IV – Événements indépendants

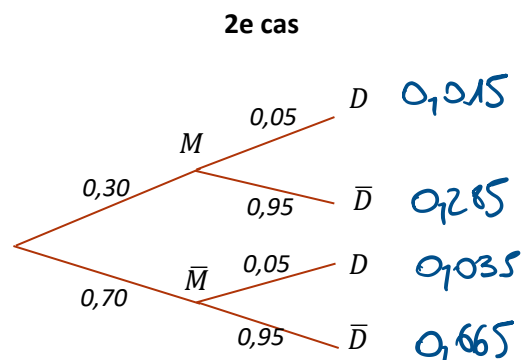
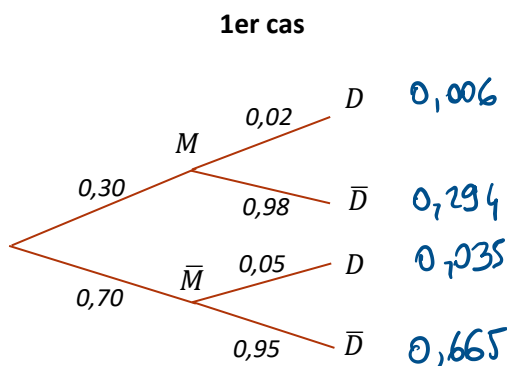
### EXEMPLE 2 :

Une société fabrique des pièces en métal ou en plastique. Elle étudie la probabilité qu'une pièce fabriquée soit défectueuse ou non.

On notera comme suit les événements :

M : « la pièce fabriquée est en métal »

D : « la pièce fabriquée est défectueuse »



La probabilité qu'une pièce métallique soit défectueuse est :

Dans le 1<sup>er</sup> cas :

$$0,30 \times 0,02 = 0,006 \quad (0,6\%)$$

Dans le 2<sup>e</sup> cas :

$$0,30 \times 0,05 = 0,015 \quad (1,5\%)$$

Compléter

Dans le 1<sup>er</sup> cas :

$$P(M \cap D) = 0,006$$

$$P(M) = 0,3$$

$$P(D) = 0,006 + 0,035 = 0,041$$

$$P(M) \times P(D) = 0,3 \times 0,041 = 0,0123$$

Dans le 2<sup>e</sup> cas :

$$P(M \cap D) = 0,015$$

$$P(M) = 0,3$$

$$P(D) = 0,015 + 0,035 = 0,05$$

$$P(M) \times P(D) = 0,3 \times 0,05 = 0,015$$

Deux événements sont indépendants si la réalisation de l'un ne change pas la probabilité de l'autre, alors :

$$P(M \cap D) = P(M) \times P(D)$$

$$\text{et } P_H(M) = P(M) \quad P_H(D) = P(D)$$

Si un événement est réalisé, cela ne change pas la probabilité de l'autre.