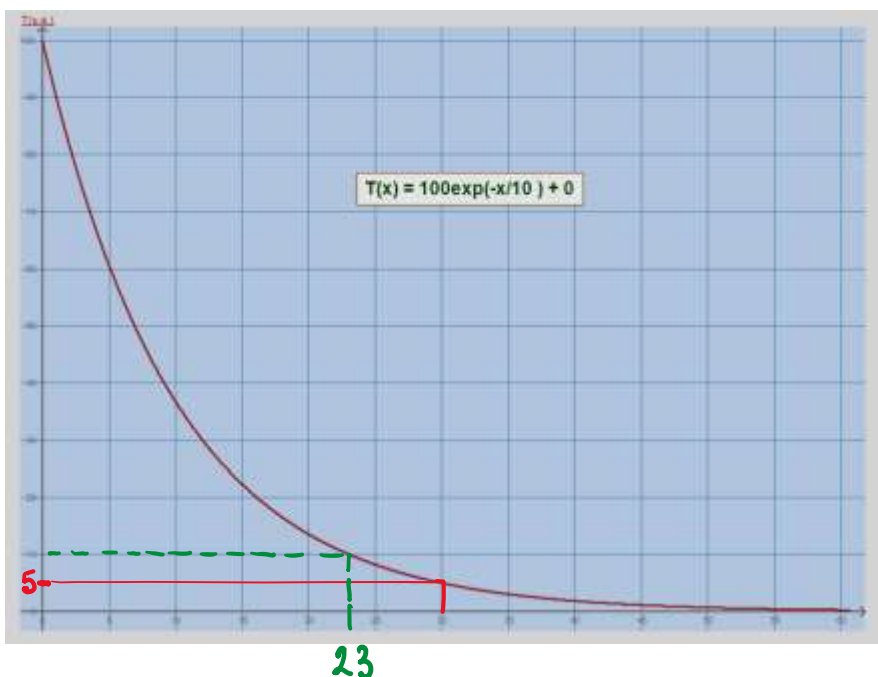
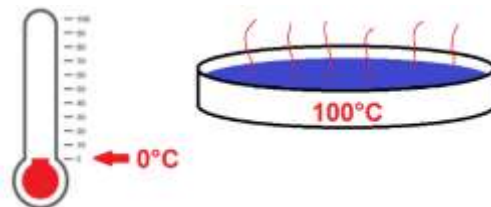


Refroidissement d'une bassine d'eau chaude

Une bassine large mais peu profonde est remplie d'eau bouillante et laissée à l'air libre dehors à 0°C.

Comment se déroule le refroidissement ?

Voici la courbe de température en degrés et minutes



1) Compléter :

Quelle est la température de l'eau au bout de 30 min ?..... **5°C**

Au bout de combien de temps l'eau est-elle à 10°C ?..... **23 min**

$$T(\dots \mathbf{23} \dots) = 10$$

$$T(30) = \dots \mathbf{5} \dots$$

Remarque :

l'écriture $80 \exp(-x/5)$ équivaut à $80e^{-\frac{x}{5}}$ donc à $80e^{-\frac{1}{5}x}$

2) Réécrire $T(x) = 100 \exp(-x/10) \rightarrow T(x) = 100 e^{-\frac{x}{10}}$

3) Calculer $T(0)$ le résultat vous semble-t-il normal ?

$$T(0) = 100 e^{-\frac{0}{10}} = 100 \times 1 = 100$$

c'est normal c'est la température en $t=0$.

$80e^{-\frac{x}{5}}$ équivaut à $80e^{-\frac{1}{5}x}$ donc à $80e^{-0,2x}$ Transformer de même la fonction ci-dessus

$$T(x) = 100 e^{-\frac{1}{10}x} = 100 e^{-0,1x}$$

4) Calculer $T(30)$

$$T(30) = 100 \times e^{-0,1 \times 30} = 100 e^{-3} = 4,98$$

4) Retrouve-t-on le résultat de la question 1 ?

Oui, $4,98 \approx 5$.

On cherche maintenant à retrouver quand on atteint 10°C plus précisément

5) Utiliser les fonctions de votre calculatrice pour déterminer au bout de combien de temps l'eau atteindra 10°C.

Réponse :

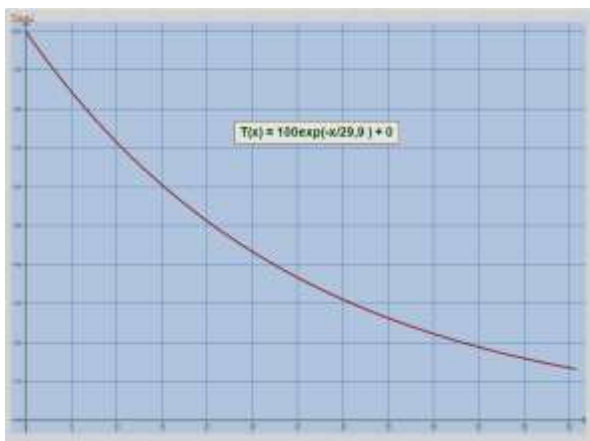
On trouve $x = 23$ min.

6) Retrouver le résultat de la question 5 par le calcul.

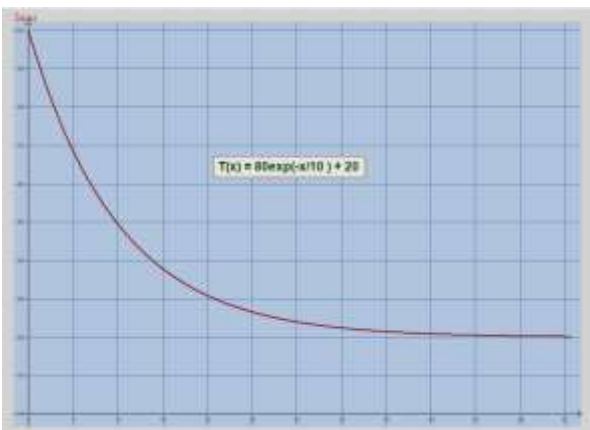
$$\begin{aligned} \frac{100 e^{-0,1x}}{100} &= \frac{10}{100} \\ e^{-0,1x} &= 0,1 \\ -0,1x &= \ln 0,1 \\ x &= \frac{\ln 0,1}{-0,1} \approx 23,03 \end{aligned}$$

7) Identifier quel graphique correspond à chacune des situations suivantes :

Graphique 1



Graphique 2



Situation 2 :

La baignoire est la même mais la température extérieure est de 20 °C.

Situation 1 :

La baignoire est plus profonde mais la température extérieure est de 0°C.