

## Exercices fonctions logarithmes et exponentielles

### Exercice 1 :

Résoudre les équations suivantes :

- 1) Utiliser une calculatrice pour compléter :

$$\ln(2) = \dots 0,7 \dots$$

$$\ln(3) = \dots 1,1 \dots$$

$$\ln(5) = \dots 1,6 \dots$$

- 1) Utiliser une calculatrice pour compléter sans utiliser de calculatrice :

$$\ln(6) = \dots 1,8 \dots$$

$$\ln(10) = \dots 2,3 \dots$$

$$\ln(100) = \dots 4,6 \dots$$

$$\ln(1000) = \dots 6,9 \dots$$

$$\ln(50) = \dots 3,9 \dots$$

$$\ln(9) = \dots 2,2 \dots$$

### Exercice 2 :

Résoudre les équations suivantes :

(1)  $10^x = 4$

(2)  $10^{5x} = 2,25$

(3)  $8 - 10^{5x} = 2$

(4)  $\ln(x) = 12$

(5)  $\ln(x+5) = 3$

(6)  $\frac{\ln(x)}{8} = 4$

(7)  $e^x = 4$

(8)  $e^{5x} = 2,25$

(9)  $10 - e^{5x} = 8$

(10)  $10 - e^{-\frac{x}{4}} = 8$

(11)  $8(1 - e^{-\frac{x}{4}}) = 2$

(12)  $20(1 - e^{-\frac{t}{0,5}}) = 14$

①  $10^x = 4$   
 $\log 10^x = \log 4$   
 $x = \log 4$   
 $x \approx 0,6$

②  $10^{5x} = 2,25$   
 $\log 10^{5x} = \log 2,25$   
 $5x = \log 2,25$   
 $x = \frac{\log 2,25}{5}$   
 $x \approx 0,07$

③  $8 - 10^{5x} = 2$   
 $-10^{5x} = 2 - 8$   
 $10^{5x} = 6$   
 $\log 10^{5x} = \log 6$   
 $5x = \log 6$   
 $x = \frac{\log 6}{5}$   
 $x \approx 0,16$

④  $\ln x = 12$   
 $e^{\ln x} = e^{12}$   
 $x = e^{12}$   
 $x \approx 162755$

⑤  $\ln(x+5) = 3$   
 $e^{\ln(x+5)} = e^3$   
 $x+5 = e^3$   
 $x = e^3 - 5$   
 $x \approx 15,09$

⑥  $\frac{\ln x}{8} = 4$   
 $\ln x = 4 \times 8$   
 $\ln x = 32$   
 $e^{\ln x} = e^{32}$   
 $x = e^{32}$   
 $x \approx 7,9 \times 10^{13}$

(7)

$$e^x = 4$$

$$\ln e^x = \ln 4$$

$$x = \ln 4$$

$$x \approx 1,39$$

(8)

$$e^{5x} = 2,25$$

$$\ln e^{5x} = \ln 2,25$$

$$5x = \ln 2,25$$

$$x = \frac{\ln 2,25}{5}$$

$$x \approx 0,16$$

(9)

$$10 - e^{5x} = 8$$

$$-e^{5x} = 8 - 10$$

$$-e^{5x} = -2$$

$$e^{5x} = 2$$

$$\ln e^{5x} = \ln 2$$

$$5x = \ln 2$$

$$x = \frac{\ln 2}{5} \approx 0,14$$

(10)

$$10 - e^{-\frac{x}{4}} = 8$$

$$-e^{-\frac{x}{4}} = 8 - 10$$

$$-e^{-\frac{x}{4}} = -2$$

$$e^{-\frac{x}{4}} = 2$$

$$\ln e^{-\frac{x}{4}} = \ln 2$$

$$-\frac{x}{4} = \ln 2$$

$$-x = 4 \ln 2$$

$$x = -4 \ln 2$$

$$x \approx -2,77$$

(11)

$$8(1 - e^{-\frac{x}{4}}) = 2$$

$$1 - e^{-\frac{x}{4}} = \frac{2}{8}$$

$$-e^{-\frac{x}{4}} = \frac{2}{8} - 1$$

$$e^{-\frac{x}{4}} = 1 - \frac{2}{8}$$

$$\ln(e^{-\frac{x}{4}}) = \ln\left(1 - \frac{2}{8}\right)$$

$$-\frac{x}{4} = \ln\left(1 - \frac{2}{8}\right)$$

$$-x = 4 \ln\left(1 - \frac{2}{8}\right)$$

$$x = -4 \ln\left(1 - \frac{2}{8}\right)$$

$$x \approx 1,15$$

(12)

$$20(1 - e^{-\frac{t}{0,5}}) = 14$$

$$1 - e^{-\frac{t}{0,5}} = \frac{14}{20}$$

$$-e^{-\frac{t}{0,5}} = \frac{14}{20} - 1$$

$$e^{-\frac{t}{0,5}} = 1 - \frac{14}{20}$$

$$\ln(e^{-\frac{t}{0,5}}) = \ln\left(1 - \frac{14}{20}\right)$$

$$-\frac{t}{0,5} = \ln\left(1 - \frac{14}{20}\right)$$

$$-t = 0,5 \ln\left(1 - \frac{14}{20}\right)$$

$$t = -0,5 \ln\left(1 - \frac{14}{20}\right)$$

$$t \approx 0,6$$

## Exercice 2 : Alcoolémie après un repas

Un individu, au cours d'un repas, boit quelques verres de vin. Après la fin du repas, à 13h00 son alcoolémie atteint 0,83 g/L.

L'évolution de son alcoolémie, s'il ne consomme plus d'alcool peut être représentée par la fonction :

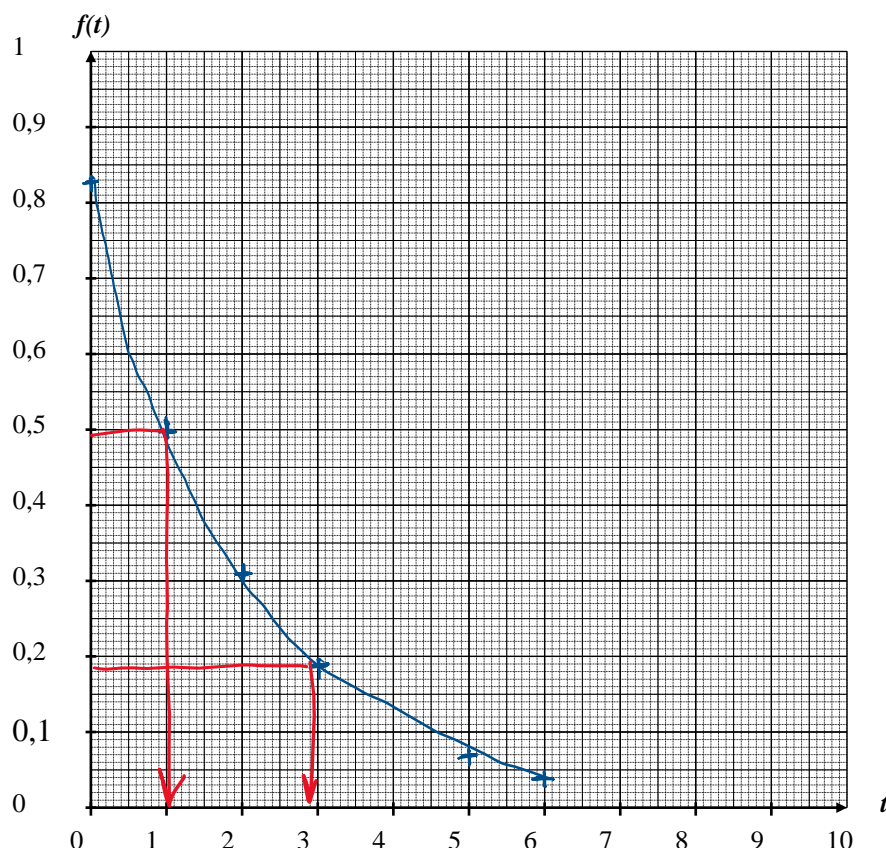
$$f(t) = 0,83e^{-0,5t}$$

où  $t$  est le temps écoulé en heures depuis la fin du repas.

- 1) Compléter le tableau de valeurs ci-dessous (arrondir à 0,01) : (utilisez si possible une calculatrice programmée)

t	0	1	2	3	4	5	6
f(t)	0,83	0,5	0,31	0,19	0,11	0,07	0,04

- 2) Tracer ci-contre la courbe C représentative de cette fonction sur  $[0;6]$ .
- 3) Résoudre par le calcul l'équation  $f(t)=0,5$ . Jusqu'à quelle heure l'alcoolémie est-elle supérieure à 0,5 g/L ?
- 4) Même question pour 0,2 g/L . Donner le résultat à la minute près.
- 5) Retrouver graphiquement les résultats des deux questions précédentes.



$$3) \quad 0,83e^{-0,5t} = 0,5$$

$$e^{-0,5t} = \frac{0,5}{0,83}$$

$$\ln e^{-0,5t} = \ln\left(\frac{0,5}{0,83}\right)$$

$$-0,5t = \ln\left(\frac{0,5}{0,83}\right)$$

$$-t = \frac{\ln\left(\frac{0,5}{0,83}\right)}{0,5}$$

$$t = -\frac{\ln\left(\frac{0,5}{0,83}\right)}{0,5}$$

$$t \approx 1,01h$$

donc un peu plus d'1h.

$$4) \quad t = \frac{-\ln\left(\frac{0,2}{0,83}\right)}{0,5}$$

$$t \approx 2,85$$

soit 2h 51.

5) Voir en rouge sur le graphique.