

Exercices fonctions logarithmes et exponentielles

Exercice 1 :

Résoudre les équations suivantes :

1) Utiliser une calculatrice pour compléter :

$$\ln(2) = \dots 0,7 \dots$$

$$\ln(3) = \dots 1,1 \dots$$

$$\ln(5) = \dots 1,6 \dots$$

1) Utiliser une calculatrice pour compléter sans utiliser de calculatrice :

$$\ln(6) = \dots 1,8 \dots$$

$$\ln(10) = \dots 2,3 \dots$$

$$\ln(100) = \dots 4,6 \dots$$

$$\ln(1000) = \dots 6,9 \dots$$

$$\ln(50) = \dots 3,9 \dots$$

$$\ln(9) = \dots 2,2 \dots$$

Exercice 2 :

Résoudre les équations suivantes :

$$(1) 10^x = 4$$

$$(2) 10^{5x} = 2,25$$

$$(3) 8 - 10^{5x} = 2$$

$$(4) \ln(x) = 12$$

$$(5) \ln(x+5) = 3$$

$$(6) \frac{\ln(x)}{8} = 4$$

$$(7) e^x = 4$$

$$(8) e^{5x} = 2,25$$

$$(9) 10 - e^{5x} = 8$$

$$(10) 10 - e^{-\frac{x}{4}} = 8$$

$$(11) 8(1 - e^{-\frac{x}{4}}) = 2$$

$$(12) 20(1 - e^{-\frac{t}{0,5}}) = 14$$

$$\textcircled{1} \quad 10^x = 4$$

$$\log 10^x = \log 4 \\ x = \log 4 \\ x \approx 0,6$$

$$\textcircled{2} \quad 10^{5x} = 2,25$$

$$\log 10^{5x} = \log 2,25 \\ 5x = \log 2,25 \\ x = \frac{\log 2,25}{5} \\ x \approx 0,07$$

$$\textcircled{3} \quad 8 - 10^{5x} = 2$$

$$-10^{5x} = 2 - 8 \\ 10^{5x} = 6 \\ \log 10^{5x} = \log 6 \\ 5x = \log 6 \\ x = \frac{\log 6}{5} \\ x \approx 0,16$$

$$\textcircled{4} \quad \ln x = 12$$

$$e^{\ln x} = e^{12} \\ x = e^{12} \\ x \approx 162755$$

$$\textcircled{5} \quad \ln(x+5) = 3$$

$$e^{\ln(x+5)} = e^3 \\ x+5 = e^3 \\ x = e^3 - 5 \\ x \approx 15,09$$

$$\textcircled{6} \quad \frac{\ln x}{8} = 4$$

$$\ln x = 6 \times 8 \\ \ln x = 32 \\ e^{\ln x} = e^{32} \\ x = e^{32} \\ x \approx 7,9 \times 10^{13}$$

$$\textcircled{7} \quad e^x = 4$$

$$\ln e^x = \ln 4$$

$$x = \ln 4$$

$$x \approx 1,39$$

\textcircled{8}

$$e^{5x} = 1,25$$

$$\ln e^{5x} = \ln 1,25$$

$$5x = \ln 1,25$$

$$x = \frac{\ln 1,25}{5}$$

$$x \approx 0,16$$

\textcircled{9}

$$10 - e^{5x} = 8$$

$$-e^{5x} = 8 - 10$$

$$-e^{5x} = -2$$

$$e^{5x} = 2$$

$$\ln e^{5x} = \ln 2$$

$$5x = \ln 2$$

$$x = \frac{\ln 2}{5} \approx 0,14$$

\textcircled{10}

$$10 - e^{-\frac{x}{4}} = 8$$

$$-e^{-\frac{x}{4}} = 8 - 10$$

$$-e^{-\frac{x}{4}} = -2$$

$$e^{-\frac{x}{4}} = 2$$

$$\ln e^{-\frac{x}{4}} = \ln 2$$

$$-\frac{x}{4} = \ln 2$$

$$-x = 4 \ln 2$$

$$x = -4 \ln 2$$

$$x \approx -2,77$$

\textcircled{11}

$$8(1 - e^{-\frac{x}{4}}) = 2$$

$$1 - e^{-\frac{x}{4}} = \frac{2}{8}$$

$$-e^{-\frac{x}{4}} = \frac{2}{8} - 1$$

$$e^{-\frac{x}{4}} = 1 - \frac{2}{8}$$

$$\ln(e^{-\frac{x}{4}}) = \ln\left(1 - \frac{2}{8}\right)$$

$$-\frac{x}{4} = \ln\left(1 - \frac{2}{8}\right)$$

$$-x = 4 \ln\left(1 - \frac{2}{8}\right)$$

$$x = -4 \ln\left(1 - \frac{2}{8}\right)$$

$$x \approx 1,15$$

\textcircled{12}

$$20(1 - e^{-\frac{t}{0,15}}) = 14$$

$$1 - e^{-\frac{t}{0,15}} = \frac{14}{20}$$

$$-e^{-\frac{t}{0,15}} = \frac{14}{20} - 1$$

$$e^{-\frac{t}{0,15}} = 1 - \frac{14}{20}$$

$$\ln(e^{-\frac{t}{0,15}}) = \ln\left(1 - \frac{14}{20}\right)$$

$$-\frac{t}{0,15} = \ln\left(1 - \frac{14}{20}\right)$$

$$-t = 0,15 \ln\left(1 - \frac{14}{20}\right)$$

$$t = -0,15 \ln\left(1 - \frac{14}{20}\right)$$

$$t \approx 0,6$$

Exercice 2 : Alcoolémie après un repas

Un individu, au cours d'un repas, boit quelques verres de vin. Après la fin du repas, à 13h00 son alcoolémie atteint 0,83 g/L.
L'évolution de son alcoolémie, s'il ne consomme plus d'alcool peut être représentée par la fonction :

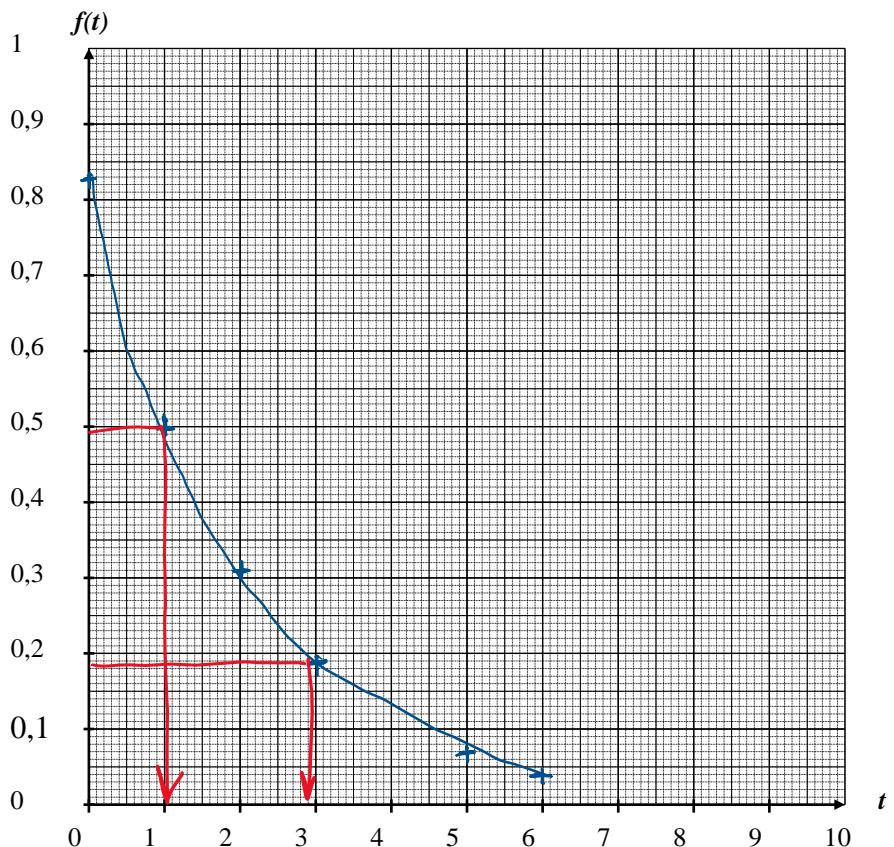
$$f(t) = 0,83e^{-0,5t}$$

où t est le temps écoulé en heures depuis la fin du repas.

- 1) Compléter le tableau de valeurs ci-dessous (arrondir à 0,01) : (utilisez si possible une calculatrice programmée)

t	0	1	2	3	4	5	6
$f(t)$	0,83	0,5	0,31	0,19	0,11	0,07	0,04

- 2) Tracer ci-contre la courbe C représentative de cette fonction sur $[0;6]$.
- 3) Résoudre par le calcul l'équation $f(t)=0,5$. Jusqu'à quelle heure l'alcoolémie est-elle supérieure à 0,5 g/L ?
- 4) Même question pour 0,2 g/L . Donner le résultat à la minute près.
- 5) Retrouver graphiquement les résultats des deux questions précédentes.



$$3) \quad 0,83e^{-0,5t} = 0,5$$

$$e^{-0,5t} = \frac{0,5}{0,83}$$

$$\ln e^{-0,5t} = \ln \left(\frac{0,5}{0,83} \right)$$

$$-0,5t = \ln \left(\frac{0,5}{0,83} \right)$$

$$-t = \frac{\ln \left(\frac{0,5}{0,83} \right)}{-0,5}$$

$$t = -\frac{\ln \left(\frac{0,5}{0,83} \right)}{0,5}$$

$$t \approx 1,01h$$

donc un peu plus d'1h .

$$4) \quad t = -\frac{\ln \left(\frac{0,2}{0,83} \right)}{0,5}$$

$$t \approx 2,85$$

sav 2h 51 .

5) Voir ce rouge sur le graphique .