

Problème : Elimination d'un médicament

On injecte 100 mg de médicament à un patient. L'élimination se fait naturellement au cours du temps.

On admet que la formule qui donne la dose restante dans le sang en fonction du temps est

$$\theta(t) = 100 e^{-\frac{t}{2,5}} \quad t \in [0, 24], R \text{ en mg et } t \text{ en h}$$

1) Calculer $\theta(0)$ le résultat vous semble-t-il normal ? Expliquez.

$$\theta(0) = 100 e^{-\frac{0}{2,5}} = 100 e^0 = 100 \text{ mg}$$

Oui, c'est normal au moment de l'injection la dose est maximum.

1) Transformer cette fonction afin qu'elle soit de la forme : $\theta(t) = 100e^{-at}$ où a est une valeur à trouver.

$$\theta(t) = 100 e^{-\frac{1}{2,5}t} \text{ or } \frac{1}{2,5} = 0,4 \text{ donc } \theta(t) = 100 e^{-0,4t}$$

2) Utilisez votre calculatrice pour représenter graphiquement cette fonction pour $t \in [0, 24]$

3) Dresser le tableau de variations

t	0	24
θ	100	0,001

On cherche maintenant au bout de quel temps t la dose atteindra 4 mg dans le sang (il faudra alors réinjecter une nouvelle dose)

4) Tracer sur la calculatrice la fonction $y = 4$

5) Utiliser les fonctions de votre calculatrice pour déterminer au bout de combien de temps la dose restante sera de 4mg.

Réponse : on trouve $t \approx 8h$

6) Retrouver le résultat de la question 5 par le calcul.

$$\begin{aligned} 100 e^{-0,4t} &= 4 \\ e^{-0,4t} &= \frac{4}{100} \\ e^{-0,4t} &= 0,04 \\ \ln e^{-0,4t} &= \ln 0,04 \\ -0,4t &= \ln 0,04 \\ t &= \frac{\ln 0,04}{-0,4} \\ t &\approx 8,05 \end{aligned}$$

Les 4 mg sont atteints au bout de 8,05h soit 8h03.