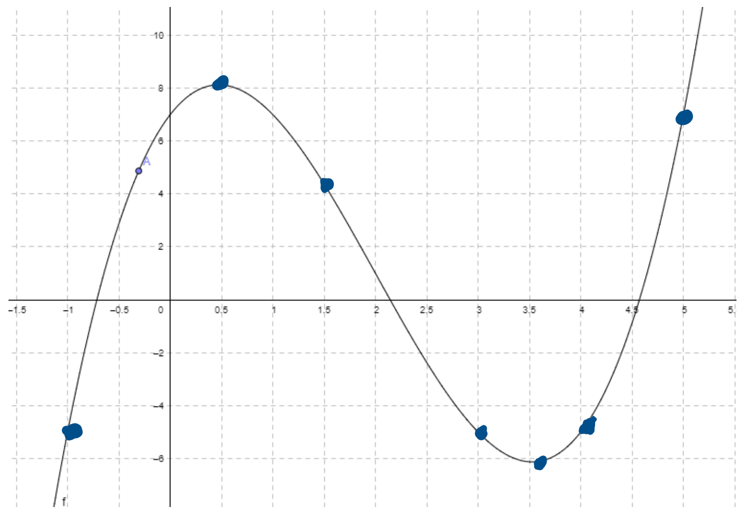
Les dérivées

I – Introduction et rappels

1) Nombre dérivé

En déplaçant le point A on note :

- Son abscisse : x_A
- Son ordonnée : y_A
- Le nombre dérivé en A : y_A'



x_A	-1	0	0,47	1,5	3	3,5	4	5
y_A	-5	7	8,1	4,3	-5	-6	-5	7
y_A'	20	5	0	-6,3	-4	0	5	20

2) Signification du nombre dérivé

Pour chaque valeur de x, le nombre dérivé y' donne l'inclinaison de la courbe

Là où la courbe passe "à plat" : $y' = 0$.

3) Utilisation du nombre dérivé

On va utiliser y' pour trouver les maximum et minimum.

En effet, lorsque $y' = 0$ et change de signe on a un maximum ou un minimum.

II – Calcul d'une fonction dérivée

1) Pourquoi ?

On obtient la fonciton dérivée ***f'*** à partir de la formule de la fonction ***f***.

On disposera alors d'une formule qui permettra de connaître l'inclinaison de la courbe pour chaque valeur de x.

2) Comment ?

On utilise un tableau de dérivées (en voici un extrait) :

Fonction f $f(x)$	Dérivée f' $f'(x)$
a	0
ax	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$

On applique la méthode :

- La dérivée d'une somme est la somme des dérivées
- On dérive chaque terme "comme dans le tableau"

Exemples :

$2 \times x^2 \longrightarrow 2 \times 2x$

a) Dériver $f(x) = 2x^2 + 10x + 12$

$2x^2 \longrightarrow 4x$

$10x \longrightarrow 10$

$12 \longrightarrow 0$

$f'(x) = 4x + 10$.

b) Dériver $f(x) = 5x^2 - 4x + 3$

$5x^2 \longrightarrow 10x$

$-4x \longrightarrow -4$

$+3 \longrightarrow 0$

$f'(x) = 10x - 4$

III – Sens de variations d'une fonction

1) Pourquoi ?

On utilise le signe de la dérivée ***f'***

Propriété :

Lorsque la dérivée ***f'*** en x est positive : la courbe "monte" (la fonction est croissante)

Lorsque la dérivée ***f'*** en x est négative : la courbe "descend" (la fonction est décroissante)

Lorsque la dérivée ***f'*** en x est nulle : la courbe "passe à plat"

2) Comment ?

Exemple : $f(x) = \mathbf{5x^2 - 4x + 3}$

a) On dérive

$f'(x) = 10x - 4$

b) On résout $f'(x) = 0$

$10x - 4 = 0$

$10x = 4$

$x = \frac{4}{10}$

$x = 0{,}4$

On cherche quand $f' = 0$ car on cherche quand la courbe passe "à plat" pour trouver minimum ou maximum.

c) On ajoute une ligne au tableau de variations

$f'(0) = 10 \times 0 - 4 = -4$ <0

$f'(1) = 10 \times 1 - 4 = 6$ >0

x		0,4	
signe de f'(x)	−	*0*	+
f(x)	↘		↗