

Recherche d'un extremum (minimum ou maximum)

Pour chaque exercice ci-dessous, utiliser la dérivée pour déterminer la valeur donnant le maximum ou le minimum, montrer qu'il s'agit d'un maximum ou d'un minimum puis calculer sa valeur :

Exercice 1 :

x est compris entre 0 et 200

y est compris entre -20 et 20

$$y = 0,003x^2 - 0,6x + 20$$

$$y' = 0,006x - 0,6$$

$$0,006x - 0,6 = 0$$

$$0,006x = 0,6$$

$$x = \frac{0,6}{0,006}$$

$$x = 100$$

x	100
y'	- 0 +
y	

Ci-dessous, on fait des tests avant et après 100.

Je peux choisir une valeur avant et une après comme je veux (ici entre 0 et 200) autant faire simple!!

$$y'(0) = 0,006 \times 0 - 0,6 = -0,6$$

c'est donc négatif

$$y'(200) = 0,006 \times 200 - 0,6 = 0,6$$

c'est donc positif

C'EST DONC UN MINIMUM!

Valeur de ce minimum :

$$y = 0,003 \times 100^2 - 0,6 \times 100 + 20 = -10$$

Exercice 2 :

x est compris entre 0 et 200

y est compris entre -20 et 20

$$y = -0,007x^2 + 1,4x - 52$$

$$y' = -0,014x + 1,4$$

$$-0,014x + 1,4 = 0$$

$$-0,014x = -1,4$$

$$x = \frac{-1,4}{-0,014} = 100$$

x	100
y'	+ 0 -
y	

$$y'(0) = -0,014 \times 0 + 1,4 = 1,4 \text{ positif}$$

$$y'(200) = -0,014 \times 200 + 1,4 = -1,4 \text{ négatif}$$

c'est un maximum.

Valeur du maximum :

$$y = -0,007 \times 100^2 + 1,4 \times 100 - 52 = 18$$

Exercice 3 :

x est compris entre 0 et 40

y est compris entre -0 et 20

$$y = -0,05x^2 + 2x + 0,17$$

$$y' = -0,1x + 2$$

$$-0,1x + 2 = 0$$

$$-0,1x = -2$$

$$x = \frac{-2}{-0,1}$$

$$x = 20$$

x	20
y'	+ 0 -
y	20,17

c'est un maximum

$$y'(0) = -0,1 \times 0 + 2 = 2 \text{ positif}$$

$$y'(40) = -0,1 \times 40 + 2 = -2 \text{ négatif}$$

Valeur du maximum :

$$y = -0,05 \times 20^2 + 2 \times 20 + 0,17 = 20,17$$

Exercice 4 :

x est compris entre 2,5 et 4

y est compris entre -0 et 3

$$y = -2,5x^2 + 16,5x - 25$$

$$y' = -5x + 16,5$$

$$-5x + 16,5 = 0$$

$$-5x = -16,5$$

$$x = \frac{-16,5}{-5}$$

$$x = 3,3$$

x	3,3
y'	+ 0 -
y	2,225

c'est un maximum.

$$y'(3) = -5 \times 3 + 16,5 = 1,5 > 0$$

$$y'(4) = -5 \times 4 + 16,5 = -3,5 < 0$$

Valeur du maximum :

$$y = -2,5 \times 3,3^2 + 16,5 \times 3,3 - 25 = 2,225$$