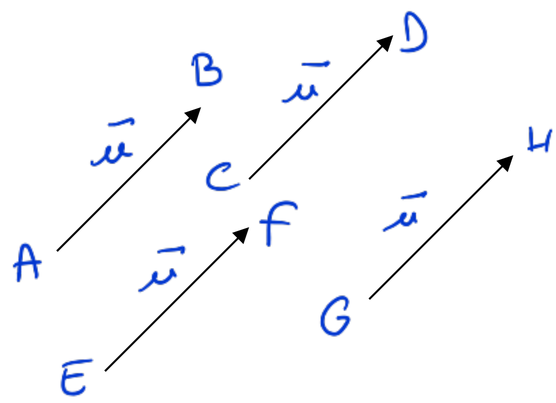
Les vecteurs

I – Définition

On représente des vecteurs par des flèches . En fait, les quatre flèches ci-contre représentent le même vecteur !



Un vecteur est donc caractérisé par :

- Une direction (droite)
- Un sens
- Une norme (longueur)

Notation des vecteurs : $\vec{u}$ ou $\overrightarrow{AB}$

Autres notations : $\overrightarrow{CD}$ $\overrightarrow{EF}$ $\overrightarrow{GH}$.

Remarque : $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{EF}$, $\overrightarrow{GH}$ sont des représentants de $\vec{u}$

Remarques importantes :

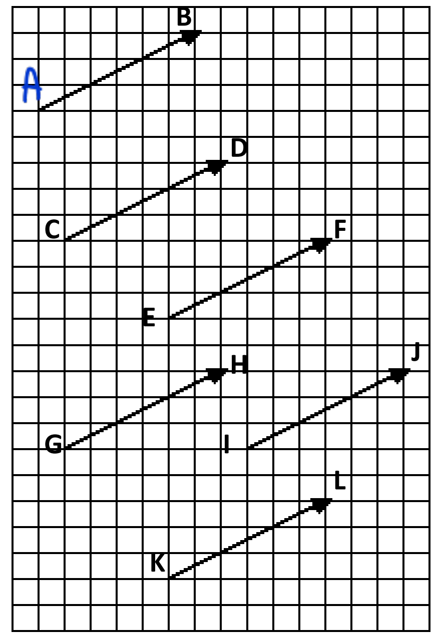
- $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ signifie que ABDC est un parallélogramme
- $\overrightarrow{AA}$ ou $\overrightarrow{BB}$, etc. est appelé vecteur nul et noté $\vec{0}$.
- Si $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$ alors $\overrightarrow{BA} = -\vec{u}$ Ou encore $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$. Ici seul le sens change.

Définition

La « longueur » d'un vecteur $\vec{u}$ est appelée sa norme et se note $\|\vec{u}\|$.

II – A quoi peuvent servir les vecteurs ?

***Exemple 1** : à faire des translations*

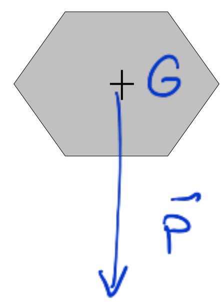


Regardez le schéma ci-contre et complétez ci-dessous

A et **B** désignent deux points distincts. La translation qui transforme **A** en **B** transforme aussi **C** en ...D..., **E** en ...F..., **G** en ...H..., **K** en ...L...

On appelle cette translation la ...translation de vecteur $\vec{AB}$...

***Exemple 2** : à représenter des forces en physique*



Représenter ci-contre le poids de cette plaque de tôle

Compléter le tableau des caractéristiques de cette force ci-dessous :

FORCE	point d'application	droite d'action	sens	intensité
$\vec{P}$	G		↓	200 N

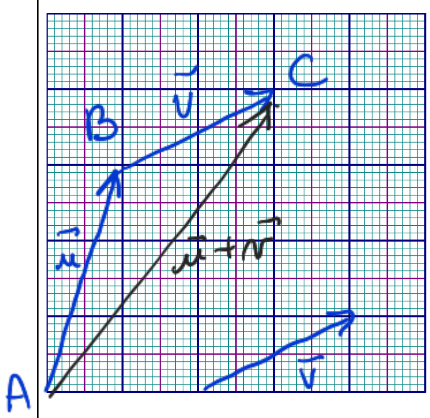
Conclusion : Une force est représentée par ...un vecteur et un point...

III – Somme des vecteurs

La somme de deux vecteurs donne un vecteur .

Deux manières de faire une somme :

Règle de Chasles : (tracer le vecteur $\vec{u} + \vec{v}$)



Avec des points :

$\vec{u} = \overrightarrow{AB}$

$\vec{v} = \overrightarrow{BC}$

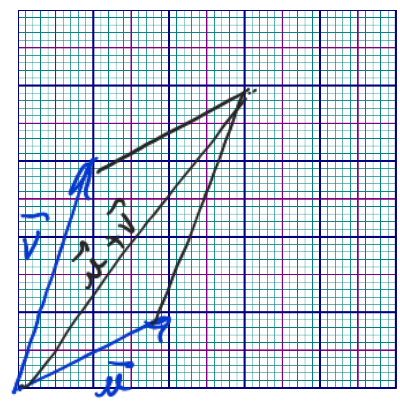
$\vec{u} + \vec{v} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$

$= \overrightarrow{AC}$

(c'est la relation de Chasles)

« On met les vecteurs bout à bout »

Règle du parallélogramme : (tracer le vecteur $\vec{u} + \vec{v}$)



« On construit un parallélogramme »

Exemples d'utilisation de la relation de chasles :

Simplifier :

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AE}$

$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$

$\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AE}$

$\overrightarrow{AK} - \overrightarrow{EK} = \overrightarrow{AK} + \overrightarrow{KE} = \overrightarrow{AE}$

$\overrightarrow{AK} - \overrightarrow{AK} = \vec{0}$ = ...

III – Produit d'un vecteur par un nombre

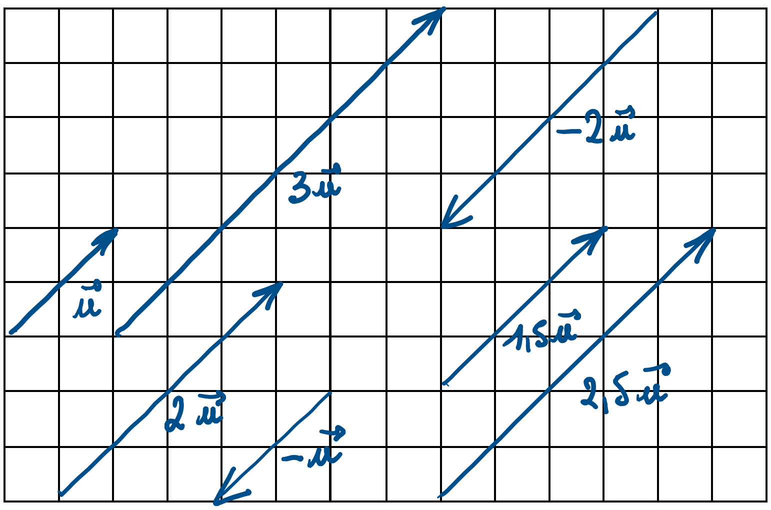
Le produit d'un vecteur ...$\vec{u}$... non nul par le nombre ...k... non nul ...donne un vecteur noté ...$k\vec{u}$... tel que

- $\vec{u}$ et k$\vec{u}$ ont même direction ;
- $\vec{u}$ et k$\vec{u}$ ont même sens si k > 0 et sens contraire si k < 0 ;

Important ! On dit que $\vec{u}$ et k$\vec{u}$ sont des vecteurs colinéaires.

(parallèles mais pour des vecteurs !)

Utilisation :



<u>Exemples d'application :</u>

Simplifier :

$\overrightarrow{AB} + 2\,\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{AD} + 0,7\,\overrightarrow{AD} = 1,7\overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{AD} + 2\,\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AD} - 2\overrightarrow{AD} = -\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DA}$

$\overrightarrow{AD} - 2\,\overrightarrow{DA} = ... = ...$

$\overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{AK} - 7\,\overrightarrow{KA} = ... = ...$

$\overrightarrow{AK} + 7\overrightarrow{AK} = 8\overrightarrow{AK}$

$\overrightarrow{AK} - 3\,\overrightarrow{AK} + \overrightarrow{KA} = ... = ...$

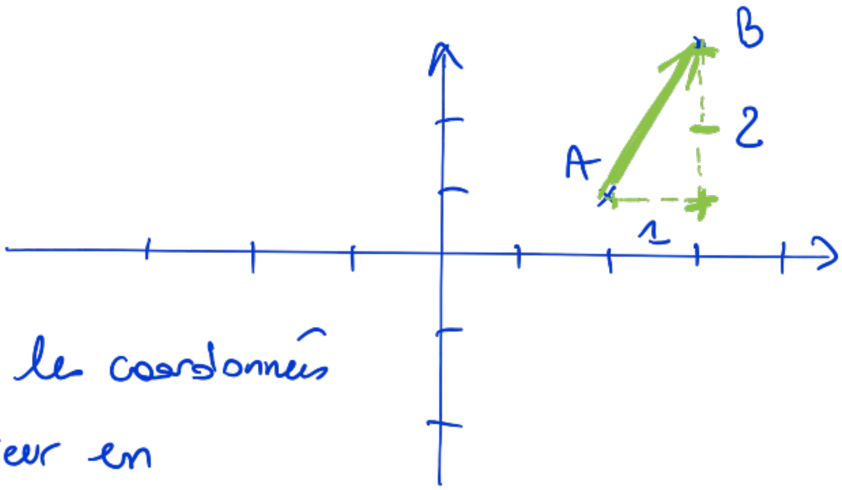
$-\overrightarrow{KA} + 3\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KA} = 3\overrightarrow{KA}$

IV – Coordonnées d'un vecteur

1 – Présentation

A(2 ; 1)

B(3 ; 3)



$\vec{AB}(1 ; 2)$

On obtient les coordonnées d'un vecteur en regardant de combien varient x et y.

1 – Définitions et utilisation

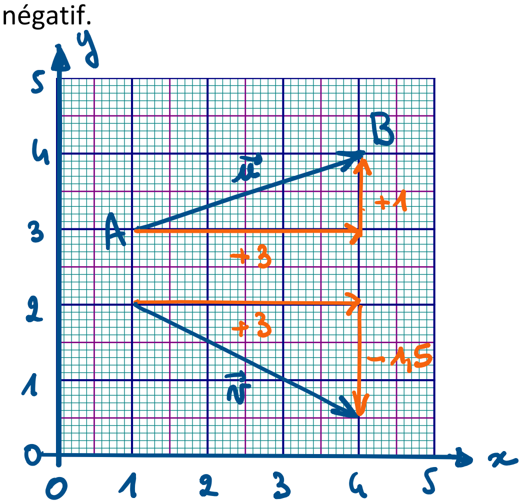
On peut donc obtenir les coordonnées d'un vecteur très simplement en se demandant de « combien » x et y ont changé lorsqu'on suit la flèche ! Si on progresse en arrière alors le nombre sera négatif.

Trouver de cette façon les coordonnées

des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ci-contre :

$\vec{u}(3 ; 1)$

$\vec{v}(3 ; -1,5)$

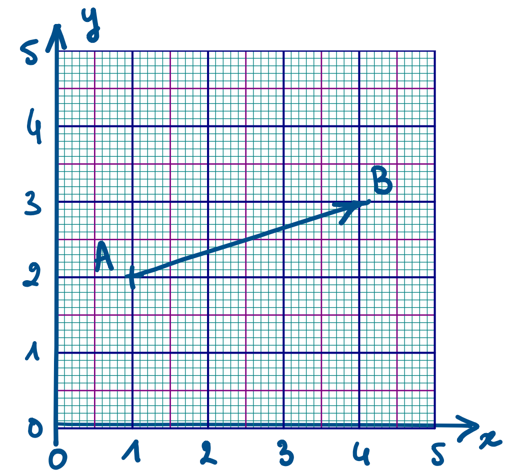


IMPORTANT !

Notation : $\overrightarrow{AB} = 3\,\vec{\imath} + 1\,\vec{\jmath}$

$\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$ sont deux vecteurs unitaires (de norme 1) et orthogonaux (perpendiculaires pour des vecteurs)

2 – Coordonnées d'un vecteur représenté par deux points



Le point A ci-contre a pour coordonnées : A (1 ; 2)

Le point B ci-contre a pour coordonnées : B (4 ; 3)

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ aura pour coordonnées : $\overrightarrow{AB}$ (3 ; 1)

<u>De même :</u>

> Soit A (x_A , y_A) et B (x_B , y_B)
>
> Le vecteur $\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}$ aura pour coordonnées : $\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}$ ($x_B - x_A$; $y_B - y_A$)

<u>**Remarques importantes :**</u>

1) Soit **A** (x_A , y_A) et **B** (x_B , y_B) alors on peut écrire :
   $\overrightarrow{\boldsymbol{AB}} = (x_B - x_A) . \vec{\boldsymbol{\imath}} + (y_B - y_A) \vec{\boldsymbol{\jmath}}$
2) Soit le vecteur $\vec{\boldsymbol{u}}$ (x , y)
   Alors $|| \vec{\boldsymbol{u}} || = \sqrt{x^2 + y^2}$