

# Les suites

## I – Découverte

Ci-dessous, voici des suites de nombres

Nom	Suite								Logique entre les valeurs
U	1	3	5	7	9	11	13	.....	on ajoute 2 $+ 2$
V	2	5	8	11	14	17	20	.....	on ajoute 3 $+ 3$
W	2	4	8	16	32	64	128	.....	on multiplie par 2 $\times 2$
X	5	8	14	-2	5	44	12	.....	? $?$
Y	18	14	10	6	2	-2	-6	.....	on soustrait 4 $+ (-4)$
Z	64	32	16	8	4	2	1	.....	on divise par 2 $\times (\frac{1}{2})$

Conclusion :

A part X, il y a 2 logiques différentes :  
 + ou  $\times$

## II – Vocabulaire

Le 3<sup>e</sup> terme de la suite Y vaut 10. On note  $Y_3 = 10$  ..... En fait, quand on parle de la suite Y on l'appelle  $(Y_n)$  .....

Deux logiques sont au programme :

- lorsqu'on passe d'un terme au suivant en ajoutant toujours la même valeur, c'est une suite arithmétique raison .....
- lorsqu'on passe d'un terme au suivant en multipliant toujours par la même valeur, c'est une suite géométrique raison ..... ( $T^{ale}$ )

**Les suites arithmétiques :**

$(U_n)$ ,  $(V_n)$  et  $(Y_n)$  sont arithmétiques. Le nombre qu'on ajoute s'appelle ..... la raison ..... :  $r$ .....

- Pour  $(U_n)$  la raison est ..... 2 ..... On note .....  $r = 2$  .....
- Pour  $(V_n)$  la raison est ..... 3 ..... On note .....  $r = 3$  .....
- Pour  $(Y_n)$  la raison est ..... -4 ..... On note .....  $r = -4$  .....

**Les suites géométriques :**

$(W_n)$  et  $(Z_n)$  sont géométriques. Le nombre par lequel on multiplie s'appelle ..... la raison :  $q$ .....

- Pour  $(W_n)$  la raison est ..... 2 ..... On note .....  $q = 2$  .....
- Pour  $(Z_n)$  la raison est ..... 0,5 ..... On note .....  $q = 0,5$  .....

La raison est souvent notée .....  $r$  ..... pour une suite arithmétique et .....  $q$  ..... pour une suite géométrique.

**III – Les suites arithmétiques****1 - Terme général**

On peut très facilement calculer un terme « très loin » dans la suite à l'aide d'une formule sans avoir à ajouter la raison beaucoup de fois :

On utilise : .....  $U_m = U_n + (m - n) \cdot r$  .....

**Exemple** 1:  $(U_n)$  est la suite arithmétique de premier terme 12 et de raison 4.

1) Donner  $U_2$ ,  $U_3$ ,  $U_4$ .

2) Calculer  $U_{256}$

**Correction :**

$U_1 = 12 + 0 \times 4 = 12$		$U_{256} = 12 + 255 \times 4$
$U_2 = 12 + 1 \times 4 = 16$		
$U_3 = 12 + 2 \times 4 = 20$		$U_{256} = 1032$
$U_4 = 12 + 3 \times 4 = 24$		

## Autres exemples

**Exemple 2** : Pierre fait des économies. Le premier jour, il met dans sa tirelire 0.10 €. Chaque jour, il ajoute 0,20 € à la somme qu'il met dans sa tirelire. Quelle somme mettra-t-il le 55<sup>e</sup> jour ?

**Correction** :

$$U_1 = 0,10$$

$$U_2 = 0,30$$

$$U_3 = 0,50$$

$$U_{55} = 0,1 + 54 \times 0,2 = 10,9$$

Il mettra 10,90 € le 55<sup>e</sup> jour dans sa tirelire

**Exemple 3**: ( $U_n$ ) est la suite arithmétique de premier terme 21 et telle que  $U_{54} = 190,6$ . Quelle est sa raison ?

**Correction** :

$$U_m = U_n + (m-n) r$$

$$U_{54} = 21 + 53 r$$

$$190,6 = 21 + 53 r$$

$$21 + 53 r = 190,6$$

$$53 r = 169,6$$

$$r = \frac{169,6}{53}$$

$$r = 3,2$$

(on retourne)

(on soustrait 21)

**Exemple 4 :**  $(U_n)$  est la suite arithmétique de premier terme 12 et telle que  $U_{29} = 110$ . Quelle est sa raison ?

**Correction :**

$$U_n = U_1 + (n-1)r$$

$$U_{29} = 12 + 28r$$

$$110 = 12 + 28r$$

$$28r = 98$$

$$r = \frac{98}{28} = 3,5$$

## 2 – Somme des n premiers termes

On peut très facilement calculer la somme des termes d'une suite à l'aide d'une formule sans avoir à la calculer "à la main"

On utilise : 
$$S_n = n \times \frac{U_1 + U_n}{2}$$

**Exemple 1:**  $(U_n)$  est la suite arithmétique de premier terme 12 et de raison 4.

- 1) Donner  $U_2$ ,  $U_3$ ,  $U_4$ .
- 2) Calculer  $U_{20}$
- 3) Calculer  $S_{20}$ , la somme des 20 premiers termes

**Correction :**

$$1) U_2 = 16 \quad U_3 = 20 \quad U_4 = 24$$

$$2) U_{20} = 12 + 19 \times 4 = 88$$

$$3) S_{20} = 20 \times \frac{12 + 88}{2} = 1000$$

**Exemple 2 :** Pierre fait des économies. Le premier jour, il met dans sa tirelire 0.10 €. Chaque jour, il ajoute 0,20 € à la somme qu'il met dans sa tirelire.

- 1) Quelle somme mettra-t-il le 55<sup>e</sup> jour ?
- 2) Quelle somme aura-t-il mis de côté au total ?

**Correction :**

$$1) U_{55} = 0,1 + 54 \times 0,2 = 10,9 \text{ €}$$

$$2) S_n = n \times \frac{U_1 + U_n}{2}$$

$$S_{55} = 55 \times \frac{0,1 + 10,9}{2}$$

$$S_{55} = 302,50 \text{ €}$$

**Exemple 2 :** Une société dépense 20 000 € de frais publicitaires en 2020. Ces frais augmentent de 250 € par an

- 1) Combien dépensera-t-elle en 2022 ?
- 2) Combien dépensera-t-elle en 2050 ?
- 3) Quelle somme aura-t-elle dépensé au total en 2050 ?
- 4) **Correction :**

$$1) U_3 = 20.500 \text{ €}$$

$$2) U_{31} = 20.000 + 30 \times 250$$

$$U_{31} = 27.500$$

$$3) S_n = n \times \frac{U_1 + U_n}{2}$$

$$S_{31} = 31 \times \frac{20.000 + 27.500}{2}$$

$U_1 : 2020$   
 $U_2 : 2021$   
 $\vdots$   
 $U_{31} : 2050$

+30