

# Les suites

## I – Découverte

Ci-dessous, voici des suites de nombres

Nom	Suite								Logique entre les valeurs
U	1	3	5	7	9	11	13	.....	on ajoute 2 ..... + 2
V	2	5	8	11	14	17	20	.....	on ajoute 3 ..... + 3
W	2	4	8	16	32	64	128	.....	on multiplie par 2 ..... × 2
X	5	8	14	-2	5	44	12	.....	? ?
Y	18	14	10	6	2	-2	-6	.....	on soustrait 4 ..... + (-4)
Z	64	32	16	8	4	2	1	.....	on divise par 2 ..... × $\left(\frac{1}{2}\right)$

Conclusion :

A part X, il y a 2 logiques différentes :  
 + ou ×

## II – Vocabulary

Le 3<sup>e</sup> terme de la suite Y vaut 10. On note .....  $Y_3 = 10$  ..... En fait, quand on parle de la suite Y on l'appelle .....  $(Y_m)$  .....

Deux logiques sont au programme :

- lorsqu'on passe d'un terme au suivant en ajoutant toujours la même valeur, c'est une suite ..... arithmétique ..... raison .....
- lorsqu'on passe d'un terme au suivant en multipliant toujours par la même valeur, c'est une suite ..... géométrique ..... raison .... (<sup>1<sup>re</sup></sup>)

**Les suites arithmétiques :**

$(U_n)$ ,  $(V_n)$  et  $(Y_n)$  sont arithmétiques. Le nombre qu'on ajoute s'appelle ..... la raison :  $r$  .....

- Pour  $(U_n)$  la raison est .....  $2$  ..... On note .....  $r = 2$  .....
- Pour  $(V_n)$  la raison est .....  $3$  ..... On note .....  $r = 3$  .....
- Pour  $(Y_n)$  la raison est .....  $-4$  ..... On note .....  $r = -4$  .....

**Les suites géométriques :**

$(W_n)$  et  $(Z_n)$  sont géométriques. Le nombre par lequel on multiplie s'appelle ..... la raison :  $q$  .....

- Pour  $(W_n)$  la raison est .....  $2$  ..... On note .....  $q = 2$  .....
- Pour  $(Z_n)$  la raison est .....  $0,5$  ..... On note .....  $q = 0,5$  .....

La raison est souvent notée .....  $r$  ..... pour une suite arithmétique et .....  $q$  ..... pour une suite géométrique.

### III – Les suites arithmétiques

---

#### 1 - Terme général

On peut très facilement calculer un terme « très loin » dans la suite à l'aide d'une formule sans avoir à ajouter la raison beaucoup de fois :

On utilise : .....  $U_m = U_1 + (m-1) \cdot r$  .....

**Exemple** 1:  $(U_n)$  est la suite arithmétique de premier terme 12 et de raison 4.

- 1) Donner  $U_2$ ,  $U_3$ ,  $U_4$ .
- 2) Calculer  $U_{256}$

**Correction :**

$U_1 = 12 + 0 \times 4 = 12$ $U_2 = 12 + 1 \times 4 = 16$ $U_3 = 12 + 2 \times 4 = 20$ $U_4 = 12 + 3 \times 4 = 24$	$U_{256} = 12 + 255 \times 4$ $U_{256} = 1032$
--	---

## Autres exemples

**Exemple 2 :** Pierre fait des économies. Le premier jour, il met dans sa tirelire 0,10 €. Chaque jour, il ajoute 0,20 € à la somme qu'il met dans sa tirelire. Quelle somme mettra-t-il le 55<sup>e</sup> jour ?

Correction :

$$U_1 = 0,10$$

$$U_2 = 0,30$$

$$U_3 = 0,50$$

$$U_{55} = 0,1 + 54 \times 0,2 = 10,9$$

Il mettra 10,90 € le 55<sup>e</sup> jour dans sa tirelire

**Exemple 3 :**  $(U_n)$  est la suite arithmétique de premier terme 21 et telle que  $U_{54} = 190,6$ . Quelle est sa raison ?

Correction :

$$U_n = U_1 + (n-1)r$$

$$U_{54} = 21 + 53r$$

$$190,6 = 21 + 53r$$

$$21 + 53r = 190,6 \quad (\text{on retrouve } r)$$

$$53r = 169,6 \quad (\text{on soustrait 21})$$

$$r = \frac{169,6}{53}$$

$$r = 3,2$$

Exemple 4 :  $(U_n)$  est la suite arithmétique de premier terme 12 et telle que  $U_{29} = 110$ . Quelle est sa raison ?

Correction :

$$\begin{aligned} U_n &= U_1 + (n-1)r \\ U_{29} &= 12 + 28r \\ 110 &= 12 + 28r \\ 28r &= 98 \\ r &= \frac{98}{28} = 3,5 \end{aligned}$$

## 2 – Somme des n premiers termes

On peut très facilement calculer la somme des termes d'une suite à l'aide d'une formule sans avoir à la calculer "à la main"

On utilise :  $S_m = m \times \frac{U_1 + U_m}{2}$

Exemple 1:  $(U_n)$  est la suite arithmétique de premier terme 12 et de raison 4.

- 1) Donner  $U_2$ ,  $U_3$ ,  $U_4$ .
- 2) Calculer  $U_{20}$
- 3) Calculer  $S_{20}$ , la somme des 20 premiers termes

Correction :

$$\begin{aligned} 1) \quad U_2 &= 16 \quad U_3 = 20 \quad U_4 = 24 \\ 2) \quad U_{20} &= 12 + 19 \times 4 = 88 \\ 3) \quad S_{20} &= 20 \times \frac{12 + 88}{2} = 1000 \end{aligned}$$

Exemple 2 : Pierre fait des économies. Le premier jour, il met dans sa tirelire 0,10 €. Chaque jour, il ajoute 0,20 € à la somme qu'il met dans sa tirelire.

- 1) Quelle somme mettra-t-il le 55<sup>e</sup> jour ?
- 2) Quelle somme aura-t-il mis de côté au total ?

Correction :

$$1) U_{55} = 0,1 + 54 \times 0,2 = 10,9 \text{ €}$$

$$2) S_m = m \times \frac{U_1 + U_m}{2}$$

$$S_{55} = 55 \times \frac{0,1 + 10,9}{2}$$

$$S_{55} = 302,50 \text{ €}$$

Exemple 2 : Une société dépense 20 000 € de frais publicitaires en 2020. Ces frais augmentent de 250 € par an

- 1) Combien dépensera-t-elle en 2022 ?
- 2) Combien dépensera-t-elle en 2050 ?
- 3) Quelle somme aura-t-elle dépensé au total en 2050 ?
- 4) Correction :

$$1) U_3 = 20\,500 \text{ €}$$

$$2) U_{31} = 20\,000 + 30 \times 250$$

$$U_{31} = 27\,500$$

$U_1 : 2020$   
 $U_2 : 2021$   
 $\vdots$   
 $U_{31} : 2050$

+30

$$3) S_m = m \times \frac{U_1 + U_m}{2}$$

$$S_{31} = 31 \times \frac{20\,000 + 27\,500}{2}$$