

Les polynômes du second degré

I – Définition

Polynôme du second degré

Un polynôme du second degré est une fonction du type :

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Exemple :

$$f(x) = 2x^2 - 10x + 12$$

Dans ce cas on a $a = \dots\dots\dots$ $b = \dots\dots\dots$ $c = \dots\dots\dots$

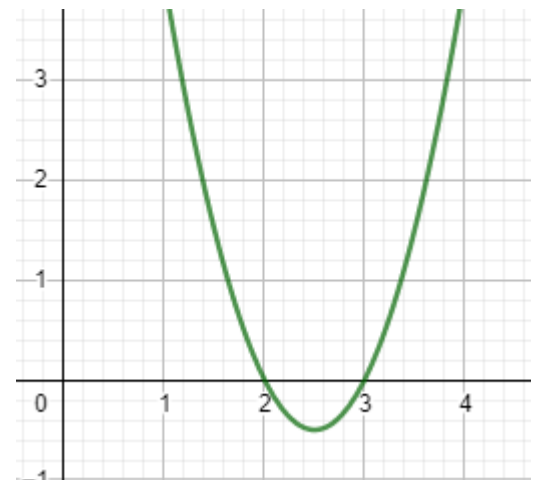
II – Racines

On appelle **racine** d'un polynôme du second degré :

.....

$$2x^2 - 10x + 12$$

Quand on cherche ces racines on "résout"



x= Utiliser "géogebra" et résoudre $2x^2 - 10x + 12 = 0$
 Puis cliquer sur les 3 points et demander "résoudre"

On trouve : $x_1 = \dots\dots\dots$ et $x_2 = \dots\dots\dots$

III – Méthode d'utilisation

1) Méthode

Pour quelles valeurs de x le skieur passe-t-il à 6m de hauteur ?

Il faut résoudre :

On transforme :

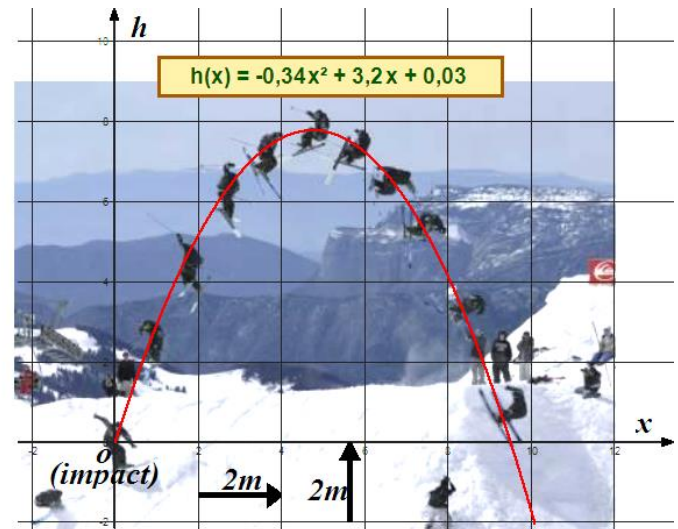
.....

.....

Réponse de geogebra :

conclusion :

.....



2) Exercice

Déterminer précisément les valeurs de x pour lesquelles la moto passe à 4m de hauteur.

Il faut résoudre :

On transforme :

.....

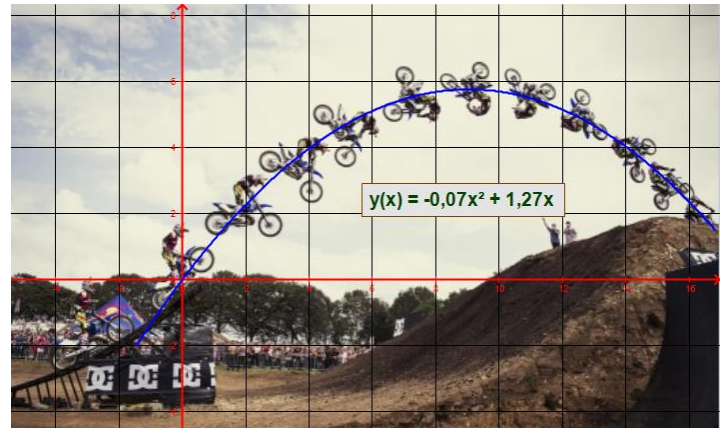
.....

.....

Réponse de geogebra :

conclusion :

.....



IV – Représentation graphique

La courbe correspondant à un polynôme $ax^2 + bx + c$ est

Selon le signe de a dans $ax^2 + bx + c$ on peut connaître le sens de la courbe :

Sens de la parabole



V – Calculer un maximum ou un minimum

1) Mode de calcul

Si $ax^2 + bx + c$ admet deux racines x_1 et x_2 alors

$$\text{Il y aura un minimum ou un maximum en } x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

Exemple pour $2x^2 - 10x + 12$

Racines de $2x^2 - 10x + 12$:

Maximum ou minimum en :

.....

Maximum ou minimum ? :

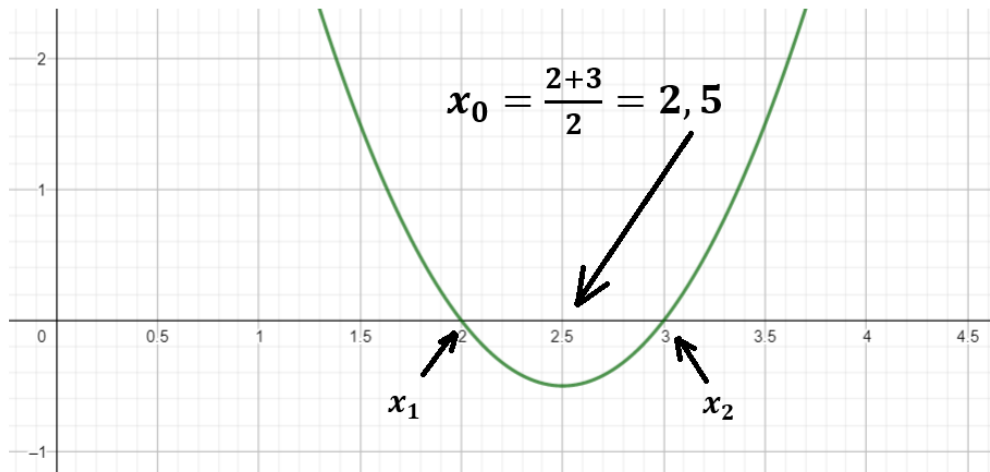
Maximum ou minimum en :

.....

Valeur du maximum ou minimum :

.....

2) Graphiquement



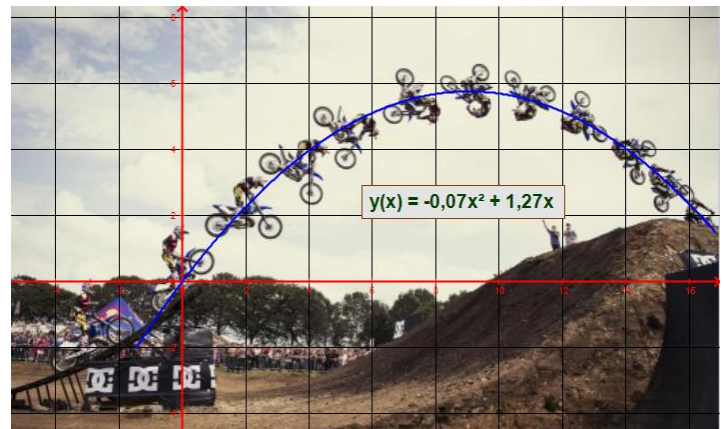
3) Exercice 1

Déterminer précisément la valeur de x qui donnera la hauteur maximum

Racines

Maximum ou minimum en :

.....



Maximum ou minimum ? :

Maximum ou minimum en :

.....

Valeur du maximum ou minimum :

.....

conclusion :

.....

.....

4) Exercice 2

Pour éviter la surchauffe d'un système, on utilise une thermistance qui est un capteur dont la résistance varie avec la température.

La résistance R , en ohms, varie en fonction de la température T , en degrés Celsius, suivant la relation :



$$R = 0,008T^2 - 0,6T + 40.$$

Calculer la valeur de T qui donnera la résistance minimum et déterminer cette résistance minimum :

Racines

Maximum ou minimum en :

.....

Maximum ou minimum ? :

Maximum ou minimum en :

.....

Valeur du maximum ou minimum :

.....

conclusion :

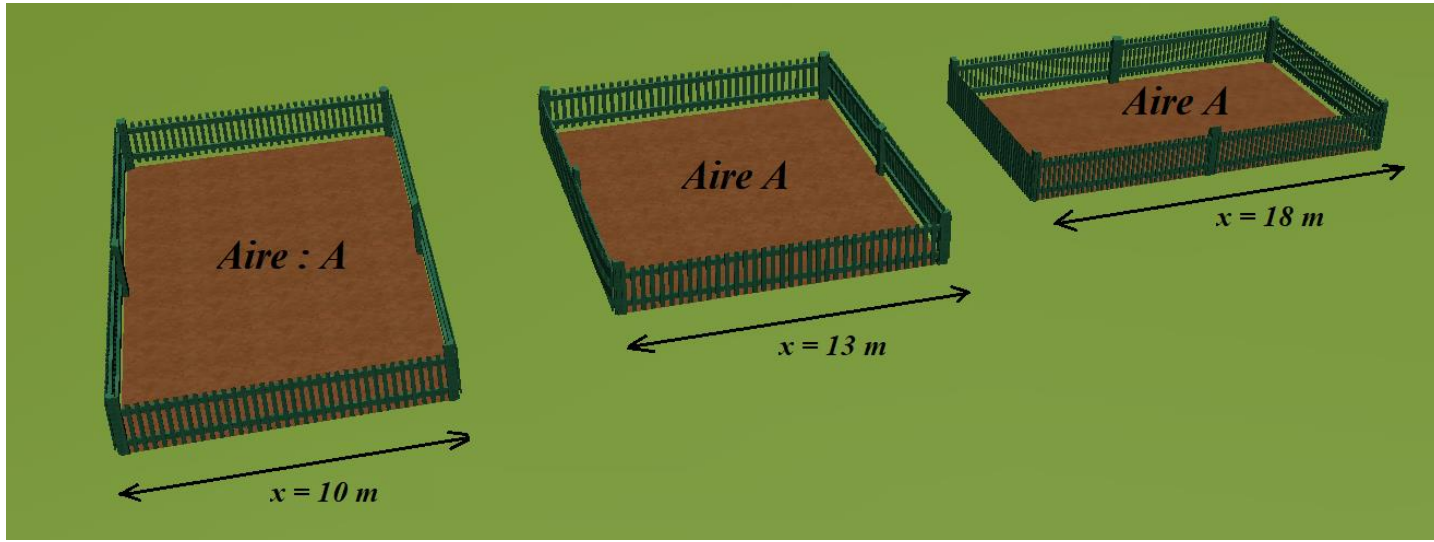
.....

Exercice 3 - L'aire du terrain

Un paysagiste dispose de 50 m de clôture. Il doit clôturer un terrain rectangulaire et se pose la question suivante : Avec ces 50 m de clôture, quelles dimensions de terrain donneront l'aire A maximum ?

On considère que $x \in [5 ; 20]$

Exemples de différentes valeurs de x :



On appelle x la largeur du terrain.

- 1) Si on appelle L la longueur du terrain et x sa largeur, que le tour fait 50 m, quelle sera la valeur de $x + L$?

.....

- 2) En utilisant ce que vous venez de trouver, exprimer L en fonction de x

.....

- 3) Exprimer l'aire du terrain en fonction de x

.....

- 4) Montrer que ce calcul peut s'écrire : $A = -x^2 + 25x$

.....

5) Pour quelle valeur de x cette aire sera-t-elle maximum ?

.....

.....

.....

6) Quelle sera alors la valeur de cette aire maximum ?

.....

.....

...

III – Factoriser un polynôme

Si $ax^2 + bx + c$ admet deux racines x_1 et x_2 alors

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

Exemple :

$$2x^2 - 10x + 12 = \dots\dots\dots$$

V – Signe d'un polynôme

1) La règle :

$ax^2 + bx + c$ est du signe de a à l'extérieur des racines

Exemple pour $2x^2 - 10x + 12$: On peut le voir ci-dessus

.....

.....

.....

2) Le tableau des signes :

Il permet de résumer le signe que prend $f(x)$ selon les valeurs de x :

Exemple pour $2x^2 - 10x + 12$: Utiliser les informations de la page précédente pour compléter :

x
signe de $f(x)$ 0 0	

.....

.....

.....

.....

Exercices :

Pour chaque polynôme ci-dessous,

- 1) Déterminer ses racines,
- 2) En quelle valeur x il admet un minimum ou un maximum
- 3) Quelle est la valeur de ce minimum ou un maximum.
- 4) Factoriser ce polynôme
- 5) Faire son tableau de signes

- 1) $P(x) = 3x^2 - 9x + 6$
- 2) $P(x) = x^2 - x - 6$
- 3) $P(x) = 2x^2 + 28x - 80$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....