

Les dérivées

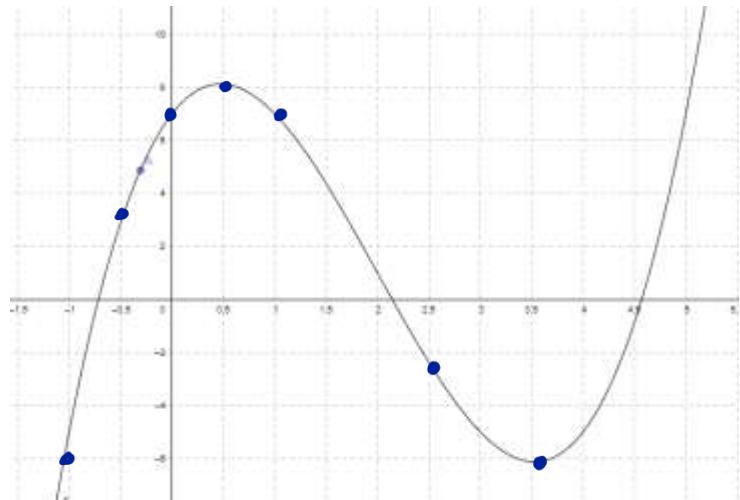
I – Introduction et rappels

1) Nombre dérivé

En déplaçant le point A on note :

- Son abscisse : x_A
- Son ordonnée : y_A
- Le nombre dérivé en A : y'_A

x_A	-1	-0,5	0	0,5	1	2,5	3,5	5
y_A	-5	2,9	7	8,1	7	-2,4	-6,1	7
y'_A	20	11,8	5	-0,25	-4	-6,25	-0,25	20



2) Signification du nombre dérivé

Pour chaque valeur de x , le nombre dérivé y' donne l'inclinaison de la courbe.

là où la courbe passe "à plat" : $y' = 0$

3) Utilisation du nombre dérivé

On va utiliser y' pour trouver les maximums ou minimums (extrêmes)

En effet, lorsque $y' = 0$ et change de signe on a un maximum ou un minimum

II – Calcul d'une fonction dérivée

1) Pourquoi ?

On obtient la fonction dérivée f' à partir de la formule de la fonction f .

On disposera alors d'une formule qui permettra *de connaître l'inclinaison de la courbe pour chaque valeur de x*

2) Comment ?

On utilise un tableau de dérivées (en voici un extrait) :

On applique la méthode :

- La dérivée d'une somme est la somme des dérivées
- On dérive chaque terme "comme dans le tableau"

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
a	0
ax	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$

Exemples :

a) Dériver $f(x) = 2x^2 + 10x + 12$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \cancel{2} \cdot \cancel{2x} + \cancel{10}x + \cancel{0} \\ f'(x) &= 4x + 10 \end{aligned}$$

b) Dériver $f(x) = 5x^2 - 4x + 3$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \cancel{5} \cdot \cancel{2x} - \cancel{4}x + \cancel{0} \\ f'(x) &= 10x - 4 \end{aligned}$$

III – Sens de variations d'une fonction

1) Pourquoi ?

On utilise le signe de la dérivée f'

Propriété :

Lorsque la dérivée f' en x est positive : la courbe "monte"
(la fonction est croissante)

Lorsque la dérivée f' en x est négative : la courbe "descend"
(la fonction est décroissante)

Lorsque la dérivée f' en x est nulle : la courbe "reste à plat"

2) Comment ?

Exemple : $f(x) = 5x^2 - 4x + 3$

a) On dérive

$$f'(x) = 10x - 4$$

b) On résout $f'(x) = 0$

$$10x - 4 = 0$$

$$10x = 4$$

$$x = \frac{4}{10} = 0,4$$

c) On ajoute une ligne au tableau de variations

$$f'(0) = 10 \times 0 - 4 = -4 < 0$$

$$f'(1) = 10 \times 1 - 4 = 6 > 0$$

On "teste" à gauche et à droite

x		0,4	
signe de $f'(x)$	-	0	+
$f(x)$			

$$f(0,4) = 5 \times 0,4^2 - 4 \times 0,4 + 3 = 2,2$$