

# Les dérivées

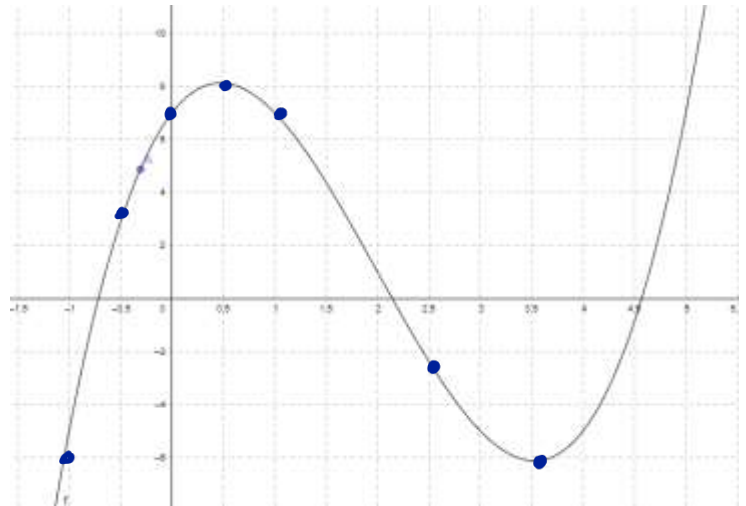
## I – Introduction et rappels

### 1) Nombre dérivé

En déplaçant le point A on note :

- Son abscisse :  $x_A$
- Son ordonnée :  $y_A$
- Le nombre dérivé en A :  $y'_A$

$x_A$	-1	-0,5	0	0,5	1	2,5	3,5	5
$y_A$	-5	2,9	7	8,1	7	-2,4	-6,1	7
$y'_A$	20	11,8	5	-0,25	-4	-6,25	-0,25	20



### 2) Signification du nombre dérivé

Pour chaque valeur de  $x$ , le nombre dérivé  $y'$  donne l'inclinaison de la courbe.

là où la courbe passe "à plat",  $y' = 0$

### 3) Utilisation du nombre dérivé

On va utiliser  $y'$  pour trouver les maximums ou minimums (extrêmes).

En effet, lorsque  $y' = 0$  et change de signe on a un maximum ou un minimum.

## II – Calcul d'une fonction dérivée

### 1) Pourquoi ?

On obtient la fonction dérivée  $f'$  à partir de la formule de la fonction  $f$ .

On disposera alors d'une formule qui permettra de connaître l'inclinaison de la courbe pour chaque valeur de  $x$ .

### 2) Comment ?

On utilise un tableau de dérivées (en voici un extrait) :

On applique la méthode :

- La dérivée d'une somme est la somme des dérivées
- On dérive chaque terme "comme dans le tableau"

Fonction $f$	Dérivée $f'$
$f(x)$	$f'(x)$
$a$	$0$
$ax$	$a$
$x^2$	$2x$
$x^3$	$3x^2$

Exemples :

a) Dériver  $f(x) = 2x^2 + 10x + 12$

$$f'(x) = 2x \cdot 2x + 10$$

$$f'(x) = 4x + 10$$

b) Dériver  $f(x) = 5x^2 - 4x + 3$

$$f'(x) = 5x \cdot 2x - 4$$

$$f'(x) = 10x - 4$$

### III – Sens de variations d'une fonction

#### 1) Pourquoi ?

On utilise le signe de la dérivée  $f'$

##### Propriété :

Lorsque la dérivée  $f'$  en  $x$  est positive : la courbe "monte"

(la fonction est croissante)

Lorsque la dérivée  $f'$  en  $x$  est négative : la courbe "descend"

(la fonction est décroissante)

Lorsque la dérivée  $f'$  en  $x$  est nulle : la courbe "prend à plat"

#### 2) Comment ?

Exemple :  $f(x) = 5x^2 - 4x + 3$

a) On dérive

$$f'(x) = 10x - 4$$

b) On résout  $f'(x) = 0$

$$10x - 4 = 0$$

$$10x = 4$$

$$x = \frac{4}{10} = 0,4$$

c) On ajoute une ligne au tableau de variations

On "teste" à gauche et à droite

$$f'(0) = 10 \times 0 - 4 = -4 < 0$$

$$f(1) = 10 \times 1 - 4 = 6 > 0$$

$$f(0,4) = 5 \times 0,4^2 - 4 \times 0,4 + 3 = 2,2$$

$x$		0,4	
signe de $f'(x)$	-	0	+
$f(x)$			

2,2